Краткие сообщения по физике № 3 1980

О МЕТОДЕ НАХОЖДЕНИЯ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН ДЛЯ БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛНОСТЬЮ ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

И. Д. Маш

УДК 533.92

Приводится метод получения средних величин минуя нахождение функции распределения. Определена зависимость потери энергии со временем от расстояния.

Функция распределения быстрых электронов в полностью ионизованной плазме удовлетворяет кинетическому уравнению Ландау, которое может быть представлено в виде

$$\mu \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial E} + \frac{\alpha}{E} \hat{1}^2 \Phi, \qquad (I)$$

где Φ – функция распределения, $E = (m^2 v^4 / 8\pi e^4 LnZ)$, v – скорость электронов, L – кулоновский логарифм, n – концентрация ионов, eZ – заряд иона, $\alpha = (1 + Z)/8$,

$$\hat{1}^2 = \frac{\partial}{\partial \mu}\left((1 - \mu^2)\ \frac{\partial f}{\partial \mu}\right).$$

В работе /I/ было получено общее решение уравнения (I), удовлетворяющее следующему граничному условию: при $E = I$, $f = \psi(x)\varphi(\mu)$, где $\psi(x)$ и $\varphi(\mu)$ – произвольные функции.

В данной работе приводится метод получения средних величин, минуя нахождение функции распределения, что значительно сокращает вычисления. Получена средняя потеря энергии со временем в импульсном пространстве для произвольных значений α. Получена средняя потеря энергии со временем в координатном пространстве для $\alpha = 0{,}25$ и $\alpha \geqslant 5$. Средняя потеря энергии со временем для $\alpha = I{,}2$ получена в более ранней работе /2/.

Введем функцию $f = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Phi(x) \exp(ikx)dx$. Тогда для функции f получаем уравнение

$$i\mu kf = \frac{\partial f}{\partial E} + \frac{\alpha}{E}\,\hat{l}^2 f. \qquad (2)$$

Проиллюстрируем метод получения средних величин на примере вычисления средней потери энергии со временем. Как известно, средняя потеря энергии со временем $\partial E/\partial t$ определяется следующим образом

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \int\limits_{-1}^{1}\int\limits_{0}^{1} \mu \frac{\partial f}{\partial x} E^{1/2} dE d\mu.$$

Умножим уравнение (2) на $k^n \mu^n E^{n+1/2}$ и проинтегрируем по E. Тогда получим:

$$i\int\limits_0^1 \mu^{n+1}k^{n+1}E^{n+1/2} f dE = k^n\mu^n \psi(k)\varphi(\mu) -$$

$$- k^n \int\limits_0^1 fE^{n-1/2}\left[(n + 1/2)\mu^n - \hat{l}^2\mu^n\right]dE. \qquad (3)$$

Легко видеть, что из уравнения (3) можно получить $\partial E(k)/\partial t = \int\limits_{-\infty}^{\infty}[\partial E(x)/\partial t]\exp(ikx)dx$ в виде $\partial E(k)/\partial t = \psi(k)\left(\sum\limits_n A_n i^n k^n\right)$, где коэффициенты A_n для данного значения α определяются только функцией $\varphi(\mu)$ и могут быть легко получены аналитически.

В табл. I приводятся первые 8 коэффициентов ряда A_n при $\varphi(\mu) = \delta(\mu - 1)$ и $\psi(x) = \delta(x)$ для значений α от 0,25 до 10, что соответствует Z от I до 80. Легко видеть, что для $\alpha = 0{,}25$ первые 8 коэффициентов ряда соответствуют следующим функциям:

$$\partial E/\partial t = J_0(i\beta_1 k) - iCk\exp\left[-(\beta_2 k)^2\right],$$

где J_0 – функция Бесселя. Для $\alpha \geqslant 5$:

$$\partial E/\partial t = \exp\left[-(\beta_{1\alpha}k)^2\right] - iCk\exp\left[-(\beta_{2\alpha}k)^2\right]; \quad C = 2/(3 + 4\alpha).$$

Отсюда

$$\partial E(x)/\partial t = \frac{1}{\pi\sqrt{\beta_1^2 + x^2}} + \frac{x}{4\sqrt{\pi}c\beta_2^3}\exp\left[-\left(\frac{x}{2\beta_2}\right)^2\right], \qquad \alpha = 0{,}25$$

$$\partial E(x)/\partial t = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\beta_{1\alpha}}\exp\left[-\left(\frac{x}{2\beta_{1\alpha}}\right)^2\right] + \frac{x}{4\sqrt{\pi}c\beta_{2\alpha}^3}\exp\left[-\left(\frac{x}{2\beta_{2\alpha}}\right)^2\right]; \quad \alpha \geqslant 5.$$

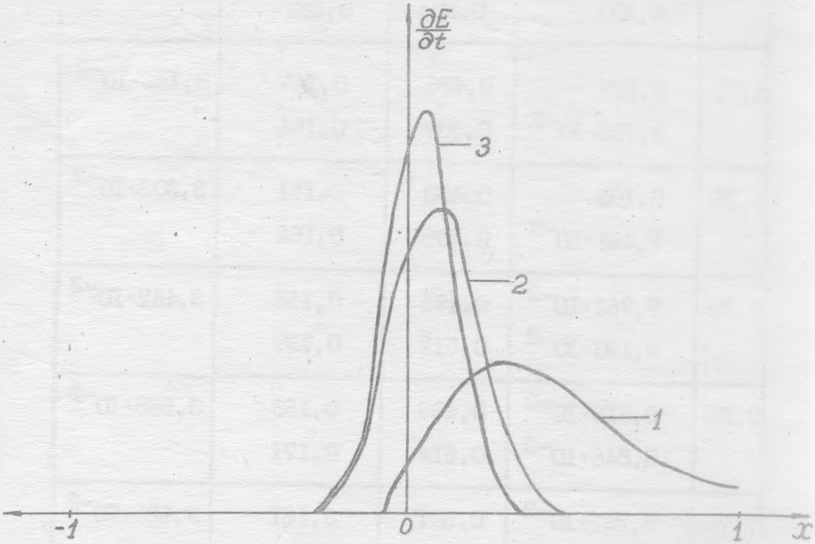
Таблица I

α	$A_2^{1/2}$ $(A_3/A_1)^{1/2}$	A_4/A_2^2 A_1A_5/A_3^2	A_6/A_2^3 $A_1^2A_7/A_3^4$	A_8/A_2^4
0,25	0,387 0,255	0,250 0,378	2,950·IO^{-2} 7,686·IO^{-2}	2,040·IO^{-3}
0,75	0,276 0,I97	0,3II 0,424	4,979·IO^{-2} 0,I02	4,905·IO^{-3}
I,25	0,223 0,I69	0,357 0,447	6,88I·IO^{-2} 0,II7	8,404·IO^{-3}
I,75	0,I92 0,I52	0,390 0,46I	8,483·IO^{-2} 0,I27	I,I95·IO^{-2}
2,25	0,I70 0,I39	0,4I3 0,472	9,808·IO^{-2} 0,I35	I,53I·IO^{-2}
2,75	0,I55 0,I30	0,43I 0,480	0,I09 0,I4I	I,839·IO^{-2}
3,25	0,I43 0,I22	0.445 0,486	0,II8 0,I47	2,II8·IO^{-2}
3,75	0,I33 0,II5	0,457 0,492	0,I26 0,I5I	2,370·IO^{-2}
4,25	0,I25 0,II0	0,466 0,496	0,I32 0,I55	2,596·IO^{-2}
4,75	0,II8 0,I05	0,474 0,500	0,I38 0,I58	2,800·IO^{-2}

Продолжение табл. I

5,25	0,II2 0,IOI	0,480 0,504	0,I43 0,I6I	$2,985 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$
5,75	0,I07 $9,756 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$	0,486 0,507	0,I47 0,I64	$3,I52 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$
6,25	0,I03 $9,42I \cdot \mathrm{IO}^{-2}$	0,490 0,509	0,I5I 0,I66	$3,303 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$
6,75	$9,96I \cdot \mathrm{IO}^{-2}$ $9,I20 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$	0,495 0,5I2	0,I55 0,I69	$3,442 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$
7,25	$9,6I2 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$ $8,846 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$	0,498 0,5I4	0,I58 0,I7I	$3,568 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$
7,75	$9,297 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$ $8,595 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$	0,50I 0,5I6	0,I6I 0,I72	$3,685 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$
8,25	$9,0I0 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$ $8,365 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$	0,504 0,5I8	0,I63 0,I74	$3,792 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$
8,75	$8,749 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$ $8,I52 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$	0,507 0,5I9	0,I65 0,I76	$3,890 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$
9,25	$8,509 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$ $7,956 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$	0,509 0,52I	0,I68 0,II7	$3,982 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$
9,75	$8,288 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$ $7,772 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$	0,5II 0,522	0,I70 0,I78	$4,067 \cdot \mathrm{IO}^{-2}$

Зависимость потери энергии со временем $\partial E/\partial t$ от расстояния для значений $\alpha = 0{,}25$; 5; 10 представлена на рис. 1. Из рис. 1 видно, что для $\alpha = 0{,}25$ имеется ясно выраженный максимум при



Р и с. 1. Потеря энергии со временем $\partial E/\partial t$ в зависимости от координаты для $\alpha = 0{,}25(1)$; $5(2)$; $10(3)$

$x = 0{,}3$. Для отрицательных x потеря энергии со временем практически равна нулю. Для больших α максимум смещается к нулю и кривая становится почти симметричной, что свидетельствует о малой длине изотропизации функции распределения для больших значений α /3/. Полученная зависимость потери энергии во времени от расстояния для $\alpha = 0{,}25$ хорошо согласуется с результатами работы /4/, поскольку для $\alpha = 0{,}25$ можно пренебречь обратным потоком.

Поступила в редакцию
8 января 1980 г.

Литература

1. И. Д. Маш, Краткие сообщения по физике ФИАН № 1, 27 (1980).
2. Е. Г. Гамалий, И. Д. Маш, В. Б. Розанов, С. В. Старцев, Краткие сообщения по физике ФИАН № 3, 23 (1979).
3. Е. Г. Гамалий, И. Д. Маш, В. Б. Розанов, Краткие сообщения по физике ФИАН № 3, 12 (1977).
4. Ю. В. Афанасьев, Е. Г. Гамалий, Р. Драгилла, В. Б. Розанов, Препринт ФИАН № 89, 1977 г.