О ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ В УСЛОВИЯХ РАЗВИТОГО ИСПАРЕНИЯ

А. А. Самохин

УДК 535.211:536.4

Получено дисперсионное уравнение для поверхностных волн в случае интенсивно испаряющейся жидкости.

При наличии развитого испарения с поверхности жидкости пространственная неоднородность давления отдачи является источником различных гидродинамических возмущений. В некоторых случаях влияние подобных возмущений может быть весьма значительным. В частности, движение расплава, возникающее при действии концентрированного потока энергии на поверхность металла, обеспечивает основной вынос массы из области воздействия (см., напр., /1/). Это движение обусловлено градиентом давления, который связан с конечными размерами пятна облучения /2-4/. Известно также, что давление отдачи является одной из причин возникновения конвекции, которая развивается в жидкости при интенсивной откачке ее паров и существенно влияет на процесс испарения /5/.

В настоящей работе рассматривается влияние реактивного давления паров на спектр поверхностных возмущений в испаряющейся жидкости. Жидкость предполагается невязкой и несжимаемой.

Существование поверхностных волн в несжимаемой жидкости связано с давлением $\bar{p}(x,t)$, которое возникает при деформации границы раздела. При отсутствии вязкости малые возмущения формы поверхности $h(x,t)$, потенциала скорости $\Phi(x,z,t)$ и давления $p(x,z,t)$ могут быть представлены в виде

$$
\begin{gathered}
i\omega h(x,t) = U_z(x,0,t) = -k\Phi(x,0,t), \\
\Phi(x,z,t)/\Phi_0 = p(x,z,t)/p_0 = \exp(i\omega t - ikx - kz),
\end{gathered}
\tag{1}
$$

где ось z направлена в глубину жидкости по нормали к ее невозмущенной горизонтальной поверхности $z = 0$. Соотношение между частотой ω и волновым вектором k возмущения (I) определяется из линеаризованных гидродинамических уравнений и граничного условия

$$p(x,0,t) = \bar{p}(x,t). \tag{2}$$

Для капиллярно-гравитационных волн граничное давление имеет вид:

$$\bar{p} = \sigma\partial^2 h/\partial x^2 - \rho g h, \tag{3}$$

в итоге получается известное дисперсионное соотношение:

$$\omega^2 = k^3\sigma/\rho + kg = \omega_0^2(k). \tag{4}$$

В условиях развитого испарения невозмущенная граница раздела перемещается со скоростью V по неподвижной жидкости. Поведение поверхностных волн удобно рассматривать в системе координат, связанной с движущимся фронтом испарения. При $V = \mathrm{const}$ вид гидродинамических уравнений остается неизменным, однако выражение (3) уже не дает полной величины граничного давления $\bar{p}$.

Изменение граничного давления связано с вариацией давления отдачи при гидродинамическом возмущении приповерхностного слоя жидкости. Скорость $V(T_s)$ и давление отдачи $p_1(T_s)$ при развитом испарении зависят, в основном, от температуры поверхности T_s, стационарное значение которой поддерживается с помощью внешнего источника тепла. Если, например, таким источником является электромагнитное излучение с интенсивностью I и коэффициентом поглощения α, то стационарный температурный профиль в жидкости имеет следующий вид:

$$\begin{gathered} T/T_s = A\exp(-\alpha z) + (1 - A)\exp(-qz), \\ A = (1 + L/cT_s)q/(q - \alpha), \quad V = q\chi, \quad I = \rho V(L + cT_s), \end{gathered} \tag{5}$$

где χ и c обозначают температуропроводность и теплоемкость жидкости, которые предполагаются постоянными, L – теплота испарения, зависящая от температуры поверхности T_s.

Поверхностные волны возмущают температурный профиль и температуру поверхности, с колебаниями которой δT_s связана модуляция давления отдачи

$$\delta p = (dp_1/dT_s)\delta T_s. \tag{6}$$

Граничное давление, которое стоит в правой части соотношения (2), определяется теперь суммой выражений (3) и (6). Зависимость капиллярной постоянной σ от температуры и влияние кривизны поверхности на кинетику испарения при этом для простоты не учитывается.

Для получения замкнутого дисперсионного уравнения необходимо выразить δT_s через параметры поверхностной волны. Отклик температуры поверхности на гидродинамическое возмущение (I) находится из уравнения теплопроводности с конвективным членом, которое линеаризуется по малому отклонению от стационарного решения (5). Подобная задача рассматривалась ранее в работе /6/ для случая поверхностного поглощения излучения. В итоге для δT_s имеем:

$$\delta T_s = f(\omega,k)U_z(x,0,t)/V',$$

$$f = T_s V'(F - F_1)\left[q_0 + (LV)'/c\chi - T_s V' F\right]^{-1},$$

$$F = \frac{\alpha(\alpha - q)A}{i\omega + \chi\alpha(q - \alpha)} + \frac{q}{i\omega}(q - q_0)(1 - A), \tag{7}$$

$$F_1 = \frac{\alpha(q_1 - q_0)A}{i\omega + \chi q_1(q - q_1)} + \frac{q(q_2 - q_0)(1 - A)}{i\omega - \chi k q_2},$$

$$q_0 = \left[1 + (1 + 4i\omega/\chi q^2)^{1/2}\right]q/2, \quad q_1 = k + \alpha, \quad q_2 = k + q.$$

В уравнениях (7) штрих обозначает дифференцирование по T_s и предполагается, что члены типа χk^2 пренебрежимо малы по сравнению с ω.

После определения явного граничного давления процедура нахождения дисперсионного соотношения не отличается от обычной задачи капиллярно-гравитационных волн. С учетом дополнительного давления, определяемого формулами (6), (7), вместо соотношения (4) получается следующее дисперсионное уравнение

$$\omega^2 = \omega_0^2 - i\omega k f p_1'/V'\rho. \qquad (8)$$

Подробный анализ этого достаточно громоздкого уравнения выходит за рамки данного краткого сообщения. Ниже в качестве примеров рассматриваются некоторые случаи, допускающие значительное упрощение вида функции f.

Для возмущений, удовлетворяющих условию $\chi q k < |\omega| < \chi q^2$, в случае поверхностного поглощения $\alpha > q$ формулы (7), (8) дают

$$\omega^2 = \omega_0^2 + i\omega\chi k^2 a, \qquad (9)$$

$$a = p_1' c T_s/\rho V\left[V(L + cT_s)\right]'. \qquad (10)$$

Положительность параметра a обеспечивает гидродинамическую устойчивость в рассматриваемом диапазоне, как уже отмечалось в работе /6/.

В случае объемного поглощения этому диапазону соответствует, вообще говоря, область неустойчивости. Например, для предельно малого поглощения $\alpha < q$ вместо (10) получается следующее выражение:

$$a = -p_1' L/\rho V^2(L' + c). \qquad (11)$$

При $L' + c > 0$ параметр $a < 0$. Отметим, что соотношение $L' + c = 0$ определяет границу одномерной тепловой неустойчивости, развитие которой в рамках рассматриваемой модели приводит к сглаживанию температурного профиля $T(z)$ за счет резкого роста температуры поверхности.

Для высокочастотных возмущений $|\omega| > \chi q k$, χq^2 и поверхностного поглощения уравнение (8) принимает вид:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + k^2 V p_1' T_s / \rho \sqrt{i\omega\chi}. \qquad (12)$$

При достаточно больших частотах второй член в правой части (12) оказывается малой поправкой, что позволяет написать приближенное решение

$$\omega = \omega_0 + (1 - i) k^2 p_1' T_s V / 2\rho\omega_0 \sqrt{2\omega_0\chi}. \qquad (13)$$

Для объемного поглощения, когда $|\omega| > \chi\alpha^2$, вместо (13) имеем:

$$\omega = \omega_0 - (1 - i) k^2 p_1' L V / 2\rho c \omega_0 \sqrt{2\omega_0\chi}. \qquad (14)$$

Формулы (13) и (14) описывают соответственно неустойчивые и устойчивые типы возмущений. Более подробный анализ дисперсионного уравнения при $\omega \leqslant \chi k^2$ и с учетом вязкости будет изложен в отдельной работе.

Поступила в редакцию
25 марта 1980 г.

Л и т е р а т у р а

1. А. А. Углов, ФизХОМ, № 5, 3 (1974); № 3, 3 (1976).
2. В. А. Батанов, В. Б. Федоров, Письма в ЖЭТФ, 17, 348 (1973).
3. M. von Allmen, J. Appl. Phys., 47, 5460 (1976).
4. V. H. Shui, Phys. Fluids, 21, 2174 (1978).
5. H. J. Palmer, J. Fluid Mech., 75, 487 (1976).
6. А. П. Гуськов, А. И. Коротченко, А. А. Самохин, Препринт ФИАН № 203, 1979 г.