Краткие сообщения по физике № 10 1980

ЭФФЕКТИВНЫЙ ЛАГРАНЖИАН ДЛЯ U(1)-ПОЛЯ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

Н. В. Красников

УДК 10:31

Построен феноменологический лагранжиан, описывающий низкоэнергетическое взаимодействие псевдоскалярного U(1)-поля в квантовой хромодинамике.

Как хорошо известно, сильные взаимодействия приближенно инвариантны относительно киральной группы преобразований /1/, включающей в себя, наряду с изотопическими преобразованиями, преобразования, перемешивающие состояния с различной четностью. Метод феноменологических лагранжианов /2/ позволяет наиболее просто воспроизвести результаты, следующие из киральной симметрии сильных взаимодействий. Целью настоящей работы является построение феноменологического лагранжиана, описывающего низкоэнергетическое взаимодействие псевдоскалярного U(1)-поля в квантовой хромодинамике.

При выводе феноменологического лагранжиана наиболее удобно использовать метод эффективного действия /3/, который широко применяется при исследовании моделей со спонтанно нарушенной симметрией. Введем в лагранжиан квантовой хромодинамики, описывающий взаимодействие N безмассовых кварков с глюонами,

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu a} F^{\mu\nu}_{a} + i \sum_{k=1}^{N} \bar{q}_k \hat{D} q_k ,$$

источники, билинейные по кварковым полям:

$$L_J = L - J \sum_{k=1}^{N} \bar{q}_{Li} q_{Ri} - J^{+} \sum_{k=1}^{N} \bar{q}_{Rk} q_{Lk} .$$

Введем производящий функционал

$$W(J,J^{+}) = \frac{1}{i} \ln \frac{\int DADqD\bar{q} \exp(iS_J)}{\int DADqD\bar{q} \exp(iS_{J=0})}.$$

Совершим преобразование Лежандра

$$\Gamma(\varphi,\varphi^{+}) = W(J,J^{+}) - \int J\varphi d^4x - \int J^{+}\varphi^{+} d^4x.$$

Функционал $\Gamma(\varphi,\varphi^{+})$ удобно представить в виде:

$$\Gamma(\varphi,\varphi^{+}) = \int Z(\varphi,\varphi^{+})(\partial_\mu\varphi)(\partial^\mu\varphi^{+}) -$$

$$- V(\varphi,\varphi^{+}) + \text{члены с высшими производными.}$$

Без учета топологически нетривиальных конфигураций $V(\varphi,\varphi^{+})$ зависит только от $\varphi^{+}\varphi$. При учете топологически нетривиальных конфигураций потенциал $V(\varphi,\varphi^{+})$ начинает зависеть от $\arg\varphi$, причем из определения эффективного действия $\Gamma(\varphi,\varphi^{+})$ следует, что

$$V(\varphi,\varphi^{+}) = V_0(\rho) + \cos V_1(\rho) + \cos 2\theta V_2(\rho) + \ldots,$$

где $\varphi = \rho e^{i\theta}$, а $V_1(\rho)$, $V_2(\rho)$, ... определяются топологически нетривиальными конфигурациями с топологическими числами $|q| = 1$, $|q| = 2$ и т.д.

В дальнейшем мы будем работать в "одноинстантонном" приближении, т.е.

$$V = V_0(\rho) + \cos\theta V_1(\rho).$$

Спонтанное нарушение киральной инвариантности /4/ означает существование нетривиального минимума эффективного потенциала

$$(\partial V/\partial\rho)\big|_{\rho=\rho_o} = 0, \quad (\partial V/\partial\theta)\big|_{\theta=0} = 0.$$

В пренебрежении флуктуациями поля $\rho(x)$ эффективный лагранжиан поля $\theta(x)$ запишется в виде:

$$L_\theta = Z(\rho_o)\rho_o^2(\partial_\mu\rho)^2 - V_1(\rho_o)\cos\theta \tag{I}$$

+ члены с высшими производными по $\theta(x)$.

В дальнейшем мы будем пренебрегать членами с высшими производными по $\theta(x)$, поскольку в низкоэнергетическом пределе они несущественны. Произведем перенормировку поля $\theta(x)$

$$\theta(x) = \frac{\eta(x)}{\sqrt{2Z_o}\rho_o}, \quad V_1(\rho_o) = -A. \tag{2}$$

С учетом (2) лагранжиан (I) перепишется в виде:

$$L_\eta = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)^2 + A\cos(\eta/\sqrt{2Z_o}\rho_o). \tag{3}$$

Сравнивая эффективный лагранжиан для поля $\rho(x)$

$$L_\rho = Z(\rho_o)(\partial_\mu\rho)^2 + V(\rho,\theta=0)$$

с лагранжианом σ-модели /2/ нетрудно получить, что

$$F_\pi = \sqrt{2Z_o}\rho_o,$$

где $F_\pi = 93$ МэВ – константа слабого распада π-мезона. Константу A в лагранжиане (3) можно определить, задав массу η-мезона,

$$m_\eta^2 = -A\left(\cos\frac{\eta}{F_\pi}\right)''_{\eta=0} = \frac{A}{F_\pi^2}.$$

В итоге эффективный лагранжиан для η-поля запишется в виде:

$$L_\eta = \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 + m_\eta^2 F_\pi^2 \cos\frac{\eta}{F_\pi}. \qquad (4)$$

Из (4), в частности, следует, что амплитуда низкоэнергетического рассеяния $\eta\eta \to \eta\eta$ имеет вид:

$$A(\eta\eta \to \eta\eta) = m_\eta^2/F_\pi^2.$$

Эффективный лагранжиан, описывающий взаимодействие нуклонного поля с η-полем, можно получить исходя из следующих соображений: Эффективный лагранжиан, описывающий взаимодействие нуклонного поля $N(x)$ с полем $\varphi(x)$, имеет вид:

$$L = i\bar{N}\hat{\partial}N - g\varphi\bar{N}_L N_R - g^+\varphi^+\bar{N}_R N_L. \qquad (5)$$

Здесь мы выписали простейший $U(1)$-инвариантный лагранжиан. Вакуумное среднее $\langle\varphi\rangle \neq 0$ приводит к возникновению массы у нуклона. В пренебрежении флуктуациями поля $\rho(x)$ лагранжиан (5) сводится к виду:

$$L = i\bar{N}\hat{\partial}N - M_N\bar{N}_L N_R \exp(i\eta/F_\pi) - M_N\bar{N}_R N_L \exp(-i\eta/F_\pi). \qquad (6)$$

Путем переопределения полей

$$N_R \to \exp(i\eta/2F_\pi)N_R, \qquad N_L \to \exp(-i\eta/2F_\pi)N_L,$$

лагранжиан (6) приводится к более удобному виду:

$$L = \bar{N}(i\hat{\partial} - M_N)N - \frac{\partial_\mu \eta}{2F_\pi}\bar{N}\gamma_\mu\gamma_5 N.$$

Поступила в редакцию
5 июня 1980 г.

Литература

1. S. L. Adler, R. F. Dashen, Current algebra, Benjamin, New-York, 1968.
2. V. De Alfaro et al., Currents in Hadron Physics, North Holland Publ., Amsterdam, 1973.
3. J. Goldstone, A. Salam, S. Weinberg, Phys. Rev., 127, 965 (1962).
4. H. Pagels, Phys. Reports, 16C, 219 (1975).