

ОГРАНИЧЕНИЕ НА ФУНКЦИЮ ГЕЛЛ-МАННА-ЛОУ
В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Н. В. Красников

УДК 530.15.1

Доказано, что в квантовой электродинамике для функции Гелл-Манна-Лоу справедливо неравенство $0 \leq \chi(\alpha) \leq \alpha$. Показано, что в квантовой электродинамике с N одинаковыми заряженными фермионами при $N \geq 25$ это неравенство не выполняется, что свидетельствует либо о наличии фазового перехода, либо о внутренней несамосогласованности модели.

Из общих принципов локальной квантовой теории поля следует, что в квантовой электродинамике для поперечной части фотонного пропагатора $D(p^2)$ справедливо представление Челлена-Лемана [1,2/

$$D(p^2) = \frac{1}{p^2 + i\epsilon} + \int_0^\infty \frac{\rho(t) dt}{p^2 - t + i\epsilon}, \quad (1)$$

причем $\rho(t) \geq 0$, а $D(p^2)$ определяется соотношением

$$\begin{aligned} \int e^{ikx} \langle 0 | T(A_\mu(x) A_\nu(0)) | 0 \rangle d^4x = \\ = \frac{1}{i} (\delta_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2) D(k^2) + i\alpha k_\mu k_\nu / k^4. \end{aligned} \quad (2)$$

В квантовой электродинамике инвариантный заряд [1/

$$\bar{\alpha}(x, y, \alpha) = \alpha_0 p^2 D(p^2) = \alpha_0 + \alpha_0 p^2 \int_0^\infty \frac{\rho(t)}{p^2 - t + i\epsilon} dt, \quad (3)$$

где $x = -p^2/\mu^2$, $y = m^2/\mu^2$, m - масса электрона, α_0 - постоянная тонкой структуры, μ - точка нормировки.

Условие нормировки для инвариантного заряда имеет вид

$$\bar{\alpha}(1, y, \alpha) = \alpha. \quad (4)$$

Инвариантный заряд $\bar{\alpha}(x, y, \alpha)$ удовлетворяет уравнению

$$x \frac{d\bar{\alpha}(x, y, \alpha)}{dx} = \Psi(y/x, \bar{\alpha}(x, y, \alpha)), \quad (5)$$

где функция Гелл-Манна-Лоу $\Psi(y, \alpha)$ определяется соотношением

$$\Psi(y, \alpha) = \frac{d}{dx} \bar{\alpha}(x, y, \alpha) \Big|_{x=1} = \alpha_0 \int_0^{\infty} \frac{t \rho(t) \mu^2}{(\mu^2 + t)^2} dt. \quad (6)$$

Из неотрицательности $\rho(t)$ и равенств (3) и (4) следует неравенство

$$0 \leq \Psi(y, \alpha) \leq \alpha. \quad (7)$$

В дальнейшем мы будем интересоваться ультрафиолетовой асимптотикой инвариантного заряда, т.е. случаем $y = 0$.

В квантовой электродинамике с N одинаковыми заряженными фермионами в однопетлевом приближении

$$\Psi(0, \alpha) \equiv \Psi(\alpha) = N\alpha^2/3\pi. \quad (8)$$

Неравенство (7) будет не выполняться для приближения (8) при $\alpha > 3\pi/N$.

Двухпетлевая поправка к приближению (8) равна $N\alpha^3/4\pi^2$. Относительная величина двухпетлевой поправки по отношению к приближению (8) при $\alpha = 3\pi/N$ равна $9/4N$ и при $N \geq 25$ ее относительный вклад меньше 10%. Поскольку двухпетлевая поправка дает при $\alpha = 3\pi/N$ для $N \geq 25$ малый вклад в приближение (8), мы можем утверждать, что приближение (8) для $\Psi(\alpha)$ при таких значениях параметров α и N законно.

Поэтому при $N \geq 25$ на основании однопетлевого приближения для функции Гелл-Манна-Лоу мы можем надежно говорить о невыполнении неравенства (7). Невыполнение неравенства (7) свидетельствует либо о наличии фазового перехода, либо о внутренней про-

тиворечивости модели \mathbb{Z}).

Автор благодарен В. А. Рубакову, А. Н. Тавхелидзе и К. Г. Четыркину за полезные обсуждения.

Поступила в редакцию
1 февраля 1980 г.

\mathbb{Z}) Отметим, что в работе /3/ на основе использования $1/N$ - разложения было показано, что фотонный пропагатор в модели с N одинаковыми заряженными фермионами обладает ложным полюсом при $N \gg 1$.

Л и т е р а т у р а

1. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, "Введение в теорию квантованных полей", Наука, М., 1973 г.
2. Е. Л. Лифшиц, Л. П. Питаевский, "Релятивистская квантовая теория", Наука, М., 1971 г.
3. D. A. Kirsznitz, A. D. Linde, Phys. Lett., 73B, 323 (1978).