Краткие сообщения по физике № 11 1980

К ВОПРОСУ О ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ С РАЗРУШЕННЫМИ МАГНИТНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

С. А. Бельков, В. Н. Цытович

УДК 533.9.01

В работе исследуется влияние случайной компоненты магнитного поля, наложенной на внешнее постоянное сильное магнитное поле, на теплопроводность бесстолкновительной плазмы. Вычислен коэффициент теплопроводности электронов.

Известно, что в результате различного ряда магнитных неустойчивостей /1,2/ на фоне внешнего постоянного магнитного поля, может возбуждаться хаотическое магнитное поле, которое приводит к разрушению тороидальных магнитных поверхностей /3/. Наличие хаотической компоненты магнитного поля фактически означает, что силовые линии уже не имеют простую винтовую конфигурацию, а сложным образом переплетаются друг с другом. Таким образом, частица, двигающаяся вдоль силовой линии, будет диффундировать вместе с ней на поверхность плазменного шнура, даже если столкновения между частицами отсутствуют. Если в радиальном направлении имеется градиент температуры, то тем самым будет происходить более интенсивный вынос энергии из плазмы на поверхность механизмом, отличным от обыкновенной столкновительной теплопередачи (см., например, /4/ для бесстолкновительного и /5,6/ для столкновительного режима).

Мы получим здесь коэффициент теплопроводности другим методом, основанном на представлении о рассеянии электрона, двигающегося в постоянном магнитном поле, на случайных пространственных неоднородностях магнитного поля $\delta\vec{H}(\vec{r})$, такого что среднее по пространству $\langle\delta\vec{H}\rangle = 0$. Внешнее поле считаем винтовым $\vec{H}_0 = \{0, H_\varphi, H_z\}$ причем $\langle\delta H^2\rangle \ll H_0^2$. Кроме того, будем считать, что $H_\varphi \ll H_z$ и положим, что $\omega_{He} = (eH_0/m_e c) \simeq (eH_z/m_e c)$. Тороидальность магнитного поля учтем тем, что вдоль оси $\vec{z}$ наложим требование периодичности с периодом $2\pi R$. Тогда функцию распределения электронов f можно разбить на регулярную составляющую $\langle f\rangle$ и случайную – δf. Усредняя кинетическое уравнение в предположении, что столкновения между частицами отсутствуют, получим два уравнения, одно для $\langle f\rangle$, другое для δf:

$$\frac{\partial\langle f\rangle}{\partial t} + \vec{v}\,\frac{\partial\langle f\rangle}{\partial\vec{r}} + \frac{e}{m_e c}\,[\vec{v},\vec{H}_0]\,\frac{\partial\langle f\rangle}{\partial\vec{v}} = -\frac{e}{m_e c}\left\langle[\vec{v},\delta\vec{H}]\,\frac{\partial\delta f}{\partial\vec{v}}\right\rangle, \qquad (\mathrm{I})$$

$$\frac{\partial\delta f}{\partial t} + \vec{v}\,\frac{\partial\delta f}{\partial\vec{r}} + \frac{e}{m_e c}\,[\vec{v},\vec{H}_0]\,\frac{\partial\delta f}{\partial\vec{v}} = -\frac{e}{m_e c}\,[\vec{v},\delta\vec{H}]\,\frac{\partial\langle f\rangle}{\partial\vec{v}}. \qquad (2)$$

Перейдем в (2) к фурье-компонентам, то есть будем искать решение (2) в виде:

$$\delta f = \sum_{m,n}\int \delta f_{k,m,n}\exp i\left(kr + n\varphi + \frac{m}{R}z + \frac{kv_\varphi - nv_r/r}{\omega_{He}}\right)dk, \qquad (3)$$

и, кроме того, будем искать стационарные решения системы (I), (2) т.е. предположим, что в (I) и (2) все величины от времени не зависят и опустим $\partial/\partial t$. Тогда (2) примет следующий вид:

$$i\,\frac{v_z}{R}\left(m - \frac{n}{q}\right)\delta f_{k,m,n} + \frac{e}{m_e c}\,[\vec{v},\vec{H}_0]\,\frac{\partial\delta f_{k,m,n}}{\partial\vec{v}} =$$

$$= -\frac{e}{m_e c}\left[\vec{v},\delta\vec{H}_{k,m,n}\right]\exp\left(i\,\frac{-kv_\varphi + nv_r/r}{\omega_{He}}\right)\frac{\partial\langle f\rangle}{\partial\vec{v}}, \qquad (4)$$

где $q = rH_z/RH_\varphi$ запас устойчивости.

Обратим внимание, что изотропная функция распределения $f = f(|\vec{v}|)$ обращает правые части (I) и (4) тождественно в ноль. Таким образом, будем искать решение (I), (4) в виде разложения по полиномам Лежандра

$$\langle f \rangle = \Phi_0(|\vec{v}|) + \vec{v}\vec{\Phi}_1(|\vec{v}|),$$

$$\delta f_{k,m,n} = \vec{v}\vec{\varphi}_{k,m,n}(|\vec{v}|). \tag{5}$$

В замагниченной плазме при выполнении неравенства $k_\perp v_\perp \ll \omega_{He}$ решение (4) имеет довольно простой вид

$$\delta f_{k,m,n} = -\frac{e}{m_e c}\,\frac{(\vec{v},\vec{H}_0)([\vec{H}_0,\delta\vec{H}_{k,m,n}],\vec{\Phi}_1)}{H_0^2}\,\frac{R}{|v_z|}\,\delta(m - \frac{n}{q}). \tag{6}$$

Подставляя (6) в (I) получим следующее уравнение для $\vec{\Phi}_1^\perp$:

$$\frac{e}{m_e c}\,[\vec{H}_0,\vec{\Phi}_1^\perp] + \frac{e^2 R}{m_e^2 c^2}\sum_{m,n}\delta(m - \frac{n}{q})|\delta H_{m,n}^r|^2\delta(v_z)\vec{\Phi}_1^\perp = -\vec{\nabla}_\perp\Phi_0. \tag{7}$$

При выводе (7) мы предполагали, что корреляционная функция магнитных полей имеет вид

$$\left\langle \delta H_{m,n}^i \delta H_{m',n'}^{*j} \right\rangle = |\delta H_{m,n}^i \delta H_{m,n}^{*j}|\,\delta_{mm'}\delta_{nn'}, \tag{8}$$

где $i,j = r,\varphi,z$, а также то, что имеется градиент температуры поперек внешнего магнитного поля. Решая (7) и вычисляя поток тепла поперек магнитного поля по формуле

$$\vec{q}_\perp = (1/2)\int \vec{v}_\perp(\vec{v},\vec{\Phi}_1)m_e v^2 d\vec{v} \tag{9}$$

в предположении, что Φ_0 – есть максвелловская функция распределения, получим:

$$\vec{q}_\perp = -K_e\vec{\nabla}_\perp T_e,$$

$$K_e = \pi R\sum_{m,n}\delta(m - \frac{n}{q})\,\frac{|\delta H_{m,n}^r|^2}{H_o^2}\,\frac{3n_o}{\sqrt{2\pi}}\,v_{Te}, \tag{I0}$$

где n_o – плотность плазмы.

Таким образом мы показали, что для максвелловской функции распределения, получается результат совпадающий с /4/, полученным на основе представлении о диффузии магнитных силовых линий.

Но рассматриваемый здесь метод позволяет найти отклик электронов на случайное магнитное поле для любой функции распределения, причем требование замагниченности не обязательно. Знание этого отклика может иметь значение для диагностики случайных магнитных полей и для определения их корреляционной функции.

Если предположить, что спектр случайных магнитных полей плоский то есть $\delta H_{m,n}$ не зависит от m и n до некоторых m_{max}, n_{max}, а затем резко убывает, то тогда мы можем просуммировать (10) и выразить K_e через плотность энергии случайного магнитного поля $|\delta B|^2 = \sum\limits_{m,n} |\delta H_{m,n}|^2$. В результате получим

$$K_e = \frac{3v_{Te}}{4\sqrt{2\pi}} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2} \frac{\langle \delta B^2 \rangle}{m_e c^2} \rho, \qquad (11)$$

где $\rho = R/m_{max}$ - характерная длина корреляции магнитных полей. Формула (11) совпадает с оценками теплопроводности для плазмы в однородном магнитном поле /7/. Тем самым можно сделать вывод, что оценки, проведенные в /7/, можно распространить и для тороидальных конфигураций.

Поступила в редакцию
5 мая 1980 г.

Литература

1. J. F. Drake, Y. C. Lee, Phys. Fluids 20, 1341 (1977).
2. С. А. Бельков, В. Н. Цытович, Препринт ФИАН № 138, 1979 г.
3. M. N. Rosenbluth, R. F. Sagdeev, J. B. Taylor, G. M. Zaslavsky, Nucl. Fusion 6, 297 (1966).
4. A. B. Rechester, M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. Lett., 40, 38 (1978).
5. B. B. Kadomtsev, O. P. Pogutse, Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1978, v. 1, p. 649, IAEA, Vienna.
6. J. D. Callen, Phys. Rev. Lett., 39, 1540 (1977).
7. S. A. Bel'kov, V. N. Tsytovich, Comments on Modern Physics, part E, 5, N5, 219 (1980).