Краткие сообщения по физике № 2 1979

СПЕКТР "ДЫРОЧНЫХ" ВОЗБУЖДЕНИЙ ЯДЕР

В. И. Беляк, Г. М. Ваградов

УДК 539.142

Методами полевой теории многих тел исследуются свойства спектра "дырочных" возбуждений конечной ферми-системы. Показано, что наблюдаемую картину спектра можно объяснить наличием в массовом операторе полюсов по энергии.

1. В последнее время из реакций $(e,e'p)$ получены новые более точные данные о свойствах "дырочных" возбуждений ядер /1,2/. Эти данные, кроме их очевидной ценности для ядерной спектроскопии, могут оказаться полезными, например, при решении вопроса о роли многочастичных сил в системе нуклонов /3,4/. Однако необходимо, прежде всего, не прибегая к каким-либо модельным представлениям, объяснить сложную картину наблюдаемого "дырочного" спектра, особенно его поведение при высоких возбуждениях.

2. В нашей задаче удобно обратиться к уравнению /5/:

$$\left[T_x + M(x,\varepsilon)\right]\varphi_n(x,\varepsilon) = E_n(\varepsilon)\varphi_n(x,\varepsilon),$$
$$\left(M(x,\varepsilon)\varphi(x) \equiv \int dx' M(x,x',\varepsilon)\varphi(x')\right), \qquad (1)$$

где $\varphi_n(x,\varepsilon)$ – ортонормированные волновые функции частицы, M – массовый оператор, $x \equiv (\vec{r},\sigma,\tau)$. Чтобы освободиться от некоторых формальных трудностей, связанных с комплексностью M в области энергий $\varepsilon < \mu$ $\left(\mu = \varepsilon_0^{(A)} - \varepsilon_0^{(A-1)}\right)$, мы будем считать, что наша система помещена в большой ящик, размеры которого значительно превышают радиусы ядер.

Используя решения (1), одночастичную функцию Грина $G(x,x',\varepsilon)$ можно записать в диагональной форме

$$G(x,x',\varepsilon) = \sum_n \frac{\varphi_n(x,\varepsilon)\varphi_n^+(x',\varepsilon)}{\varepsilon - E_n(\varepsilon) - i\alpha}. \qquad (2)$$

С другой стороны, для G имеется спектральное представление /5/

$$G(x,x',\varepsilon) = \sum_{\lambda} \frac{\varphi_\lambda(x)\varphi_\lambda^+(x')}{\varepsilon - \varepsilon_\lambda - i\alpha} + \sum_{\nu} \frac{\psi_\nu(x)\psi_\nu^+(x')}{\varepsilon - \varepsilon_\nu + i\alpha}, \tag{3}$$

$$\varphi_\lambda(x) = \langle \Phi_\lambda | \psi_x | \rangle, \quad \varepsilon_\lambda = \varepsilon_0^{(A)} - \varepsilon_\lambda^{(A-1)}, \quad H\Phi_\lambda = \varepsilon_\lambda^{(A-1)}\Phi_\lambda.$$

Сравнивая это выражение с (2) при $\varepsilon \to \varepsilon_\lambda$ и считая для простоты уровни λ невырожденными, находим, что собственные значения ε_λ определяются как корни уравнения /5/

$$\varepsilon_\lambda = E_n(\varepsilon_\lambda), \tag{4}$$

причем

$$\varphi_\lambda(x)\varphi_\lambda^+(x') = \frac{\varphi_n(x,\varepsilon)\varphi_n^+(x',\varepsilon)}{1 - \partial E_n(\varepsilon)/\partial\varepsilon}, \tag{5}$$

где $\varepsilon = \varepsilon_\lambda$ и $E_n(\varepsilon_\lambda) = \varepsilon_\lambda$.

Очевидно, что в (4) и (5) два набора квантовых чисел λ и n должны соответствовать одним и тем же характеристикам одночастичного движения (например, полному моменту, его проекции и т.д.).

Используя (5) и учитывая физический смысл функции $\varphi_\lambda(x)$ имеем

$$N_\lambda \equiv \int dx\, |\varphi_\lambda(x)|^2 = (1 - \partial E_n(\varepsilon)/\partial\varepsilon)^{-1} \leqslant 1, \tag{6}$$

где $\varepsilon = \varepsilon_\lambda$ и $E_n(\varepsilon_\lambda) = \varepsilon_\lambda$.

Отсюда получаем условие на M:

$$\partial E_n(\varepsilon)/\partial\varepsilon = \partial M_{nn}(\varepsilon)/\partial\varepsilon \leqslant 0, \tag{7}$$

где $\varepsilon = \varepsilon_\lambda$ $E_n(\varepsilon_\lambda) = \varepsilon_\lambda$.

Если M не зависит от ε, то из (5) – (7) следует, что рассмотренное описание сводится к модели независимых частиц.

3. В реальных системах из-за коррелятивных взаимодействий оператор M всегда зависит от ε, а следовательно, уравнение (4) при каждом n может иметь и более одного решения. Отсюда и из (7) можно заключить, что массовый оператор имеет вид /6/:

$$M(x,x',\varepsilon) = U(x,x') + \mathcal{P}\sum_{\varkappa} \frac{V_\varkappa(x)V_\varkappa^+(x')}{\varepsilon - \varepsilon_\varkappa} + \mathcal{P}\sum_{s} \frac{W_s(x)W_s^+(x')}{\varepsilon - \varepsilon_s}, \tag{8}$$

где U, $V_{\varkappa}$ и W_s – действительные функции, $\varepsilon_{\varkappa}(\varepsilon_s)$ – собственные значения некоторого эрмитового гамильтониана системы $A-1$ $(A+1)$ нуклонов. Записать его в явном виде не удается, но при разложении в ряд теории возмущений по взаимодействию между частицами в любом порядке получается форма (8), причем роль собственных значений $\varepsilon_{\varkappa}$ и ε_s выполняют суммы трех-, пяти- и т.д. квазичастичных энергий. Из этих рассуждений и в соответствии с определением следует, что оператор M не должен иметь полюсов, совпадающих с полюсами функции Грина G, т.е. $\varepsilon_{\varkappa} \neq \varepsilon_{\lambda}(\varepsilon_{\varkappa} < \mu)$ и $\varepsilon_s \neq \varepsilon_{\nu}(\varepsilon_s > \mu)$.

В (8) спектр $\varepsilon_{\varkappa}$ лежит в интервале $(-\infty, \mu)$, и поэтому корни (4) могут находиться на $-\infty$. Это не приведет к каким-либо трудностям, если величины $N_{\lambda} \to 0$ при $\varepsilon_{\lambda} \to -\infty$. Убывание N_{λ} при больших $|\varepsilon_{\lambda}|$ следует, в частности, из равенства

$$\sum_{\lambda} N_{\lambda} = \int_{-\infty}^{\mu} (d\varepsilon/\pi) \mathrm{Im} \int dx G(x,x,\varepsilon) = \int dx \langle \bar{\psi}_x \psi_x \rangle = A. \qquad (9)$$

Кроме того, из (3) и (6) видно, что N_{λ} представляет собой вероятность найти в основном состоянии $|\rangle$ подсистему из $A-1$ частиц в состоянии Φ_{λ} с энергией $\varepsilon_{\lambda}^{(A-1)}$, а A-ую частицу – с энергией $\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon_0^{(A)} - \varepsilon_{\lambda}^{(A-1)}$. Но случай $\varepsilon_{\lambda} \to -\infty$ означает, что $A-1$ частиц сосредоточились в малом объеме и создали сильное притягательное поле для A-ой частицы. Очевидно, что вероятности таких больших отклонений от равновесия малы (мы пока не будем касаться вопроса о максимально возможной глубине "флуктуационного" потенциала).

Рассмотрим теперь, как связано убывание N_{λ} с полюсным видом (8). Для этого запишем при $\varepsilon < \mu$ выражение для $E_n(\varepsilon)$:

$$E_n(\varepsilon) = \varepsilon_n^0(\varepsilon) + \mathcal{P} \sum_{\varkappa} \frac{|V_{\varkappa n}|^2}{\varepsilon - \varepsilon_{\varkappa}} \quad \left(V_{\varkappa n} = \int dx \varphi_n^+(x,\varepsilon) V_{\varkappa}(x)\right), \qquad (10)$$

где $\varepsilon_n^0(\varepsilon)$ слабо зависит от ε; квантовые числа n нумеруют одночастичные уровни в потенциальной "яме" $M(\varepsilon)$. Пусть μ – корень уравнения (4) при $n = n_F$, т.е. $E_F(\mu) = \mu$. Остальные корни (4) для всех n (включая как $n \leqslant n_F$, так и $n > n_F$) будут лежать ниже μ и располагаться (кроме одного наибольшего при данном n) между двумя соседними полюсами $\varepsilon_{\varkappa} \sim \varepsilon_{\lambda}$. С ростом энергии возбуждения плотность уровней λ растет и, следовательно, падает расстояние между полюсами $\varepsilon_{\varkappa}$. При этом согласно (6) $N_{\lambda} \sim (\varepsilon_{\lambda} - \varepsilon_{\varkappa})^2 / |V_{\varkappa n}|^2$ ($\varepsilon_{\varkappa}$ – ближайший к ε_{λ} полюс $E_n(\varepsilon)$).

Сказанное выше можно пояснить на упрощенной задаче. Пусть в окрестности точки $|\bar{\varepsilon}| \gg |\varepsilon_n^o|$ спектр $æ$ можно считать эквидистантным, а матричные элементы $V_{æn}$ заменить на средние. Тогда (I0) можно приближенно записать

$$E_n(\varepsilon) = \bar{\varepsilon}_n^o + V_n^2 \sum_{k=-\infty} \frac{1}{\varepsilon - \bar{\varepsilon} + k\Delta}. \tag{II}$$

Этот ряд можно просуммировать и из (6) получить для N_k:

$$N_k = \left[1 + \frac{\pi^2 V_n^2}{\Delta^2} + \frac{(\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}_n^o)^2}{V_n^2}\right]^{-1}, \tag{I2}$$

где ε_k – корень уравнения (4).

Можно показать, что и в случае реального неэквидистантного спектра величина N_λ стремится к нулю при увеличении $|\varepsilon_\lambda|$, причем быстрее, чем для эквидистантного спектра.

4. Обсудим кратко физические следствия, вытекающие из полюсного вида оператора М. Может показаться, что такой вид противоречит оболочечной структуре ядер. На самом деле это не так, если каждый оболочечный уровень n превращается в частокол из уровней λ. Особенно ярко это проявляется в случае глубоких дырочных уровней, которые, как показывают опытные данные /I,2/, обладают значительной шириной. (Наличие ширин нельзя объяснить в рамках обычно используемого оболочечного потенциала).

Другое явление заключается в том, что из-за полюсной структуры М должны появляться "дырочные" состояния с квантовыми числами $n > n_F$ (уравнение (4) имеет корни $\varepsilon_\lambda < \mu$ и при $n > n_F$), что строго запрещено в оболочечной модели. По-видимому, это явление наблюдалось в экспериментах.

Особый интерес представляет вопрос о связи между характеристиками "дырочного" спектра и энергией основного состояния ε_o. Для системы только с парными взаимодействиями ε_o можно записать в виде /4,5/:

$$\varepsilon_o = \int_{-\infty}^{\mu} (d\varepsilon/2\pi)\,\mathrm{Im} \int dx(\varepsilon + T_x) G(x,x',\varepsilon)\Big|_{x' \to x}. \tag{I3}$$

Для системы, в которой наряду с парными действуют и многочастичные силы, это соотношение теряет смысл.

На опыте определяется функция /I,2,3/

$$S(\vec{p},\varepsilon) = \mathrm{Im}\int dx dx' \exp(-i\vec{p}\vec{r})G(x,x',\varepsilon)\exp(i\vec{p}\vec{r}').$$

С ее помощью можно вычислить выражение в правой части (I3). При этом отклонение рассчитанной величины от эмпирического значения ε_0 будет свидетельствовать о существовании многочастичных сил. Однако для таких вычислений необходимо знать асимптотику $S(\vec{p},\varepsilon)$ при больших $|\varepsilon|$, что пока недоступно для эксперимента /I,2/. Мы показали, что имеется связь между поведением S при $\varepsilon \to -\infty$ и плотностью уровней, но для количественных выводов требуются дальнейшие исследования.

Суммируя изложенное, можно утверждать, что наше рассмотрение приводит к качественному объяснению большего, чем в оболочечной модели, круга явлений.

В заключение авторы выражают благодарность А. Гою и С. Хилькевичу за полезные обсуждения.

Поступила в редакцию
I декабря I978 г.

Литература

1. J. Mongey et al., Nucl. Phys. A262,461 (1976).
2. K. Nakamura et al., Nucl. Phys. A296, 431 (1978).
3. D. Koltun, Phys. Rev. Lett. 28, 182 (1972); A. Dieperink, J. de Forest, Ann. Rev. Nucl. Sci. 25, 1 (1975).
4. G. M. Vagradov, F. A. Gareev, J. Bang., Nucl. Phys. A278,319 (1977).
5. А. Б. Мигдал, Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер, "Наука", I965 г.
6. Г. М. Ваградов, Б. Н. Калинкин, ТМФ 9, 240 (I97I).