Краткие сообщения по физике № 4 1979

МОДЕЛЬ С АНОМАЛЬНЫМИ РАЗМЕРНОСТЯМИ В ЧЕТЫРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В. Н. Зайкин

УДК 530.145

В четырехмерном евклидовом пространстве рассмотрена модель типа Юкавы. Найдено конформно-инвариантное решение интегральных уравнений на функции Грина в "трехгаммном" приближении. Размерность скалярного поля при этом оказалась существенно аномальной, а константа связи осталась свободным параметром.

Рассмотрим модель, лагранжиан взаимодействия которой имеет вид

$$L_{int} = ig\bar{\psi}_i(x)\gamma^5\lambda^a_{ij}\psi_j(x)\varphi_a(x), \tag{1}$$

где λ^a_{ij} – генераторы группы $SU(N)$, $\varphi_a(x)$ – псевдоскалярное поле, ψ_j, $\bar{\psi}_j$ – спинорные поля. Будем предполагать, что взаимодействие γ^5-инвариантно. Рассмотрение проведем в D-мерном евклидовом пространстве.

Для этой модели известно, что в ней возникает проблема "нуля заряда", если действовать по стандартной теории возмущений. Это говорит о том, что решения с аномальными размерностями, если они не слишком отклоняются от канонических, отсутствуют. Следовательно, если мы хотим найти конформно-инвариантное решение в модели (1), то по крайней мере одна из размерностей должна быть далека от канонической. Будем искать решение вблизи размерностей:

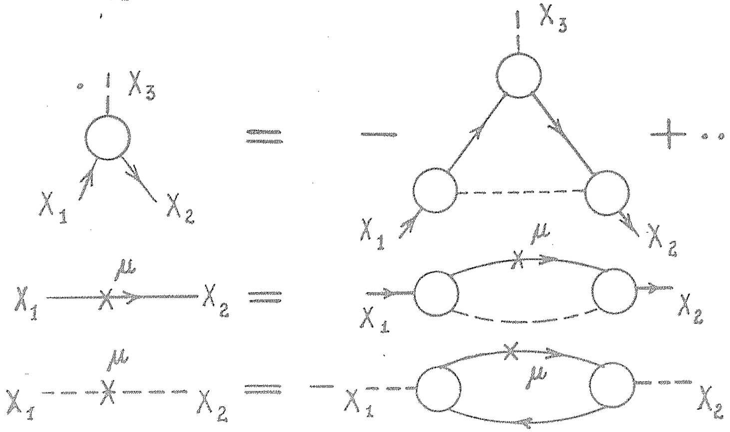
$$d = (D-1)/2 + \varepsilon_0, \quad \Delta = 2d + \varepsilon_1, \tag{2}$$

где d – размерность спинорного поля, Δ – размерность скалярного поля; ε_0 и ε_1 предполагаются малыми. Из равенства (2) видно, что, хотя размерность спинорного поля близка к канонической

$(d_{can} = (D-1)/2)$, размерность поля φ далека от своего канонического значения $\Delta_{can} = D/2 - 1$.

Перенормированные уравнения для функций Грина в такой модели были найдены в работе Е. С. Фрадкина /I/.

Эти уравнения имеют вид:

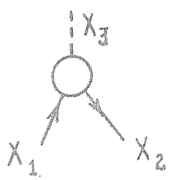


(3а)

(3б)

(3в)

Здесь введены следующие обозначения:



$$= \langle T(\psi_i(x_1)\bar\psi_j(x_2)\varphi^a(x_3))\rangle \equiv G^a_{ij}(x_1,x_2;x_3);$$

$$x_1 \longrightarrow x_2 \quad = -\langle T(\psi_i(x_1)\bar\psi_j(x_2))\rangle \equiv G_{ij}(x_1,x_2);$$

$$x_1 - - - x_2 \quad = \langle T(\varphi_a(x_1)\varphi_b(x_2))\rangle \equiv D_{ab}(x_1,x_2);$$

$$x_1 \xrightarrow[\mu]{\times} x_2 = (x_1-x_2)_\mu G_{ij}(x_1,x_2); \quad x_1 \overset{\times}{\underset{\mu}{- -}} x_2 = (x_1-x_2)_\mu D_{ab}(x_1,x_2).$$

Требования конформной инвариантности и γ^5-инвариантности фиксируют указанные выше функции Грина с точностью до констант /5,6/.

$$G^a_{ij} = g_0 \hat{x}_{13}(x^2_{13})^{-(\Delta/2+1/2)}\, \gamma^5 \lambda^a_{ij} \hat{x}_{32}(x^2_{32})^{-(\Delta/2+1/2)}(x^2_{12})^{-(d-\Delta/2)}; \quad (4$$

$$G_{ij}(x_1,x_2) = \frac{1}{\pi^{-D/2}} \frac{\Gamma(d + 1/2)}{\Gamma(D/2 - d + 1/2)} \hat{x}_{12}(x_{12}^2)^{-(d+1/2)}\delta_{ij},$$

$$D_{ab}(x_1,x_2) = \frac{1}{\pi^{-D/2}} \frac{\Gamma(\Delta)}{\Gamma(D/2 - \Delta)} (x_{12}^2)^{-\Delta}\delta_{ab}. \qquad (5)$$

Вычисление интегралов, встречающихся в правой части (3а), вблизи размерностей полей, указанных в (2), проводится методом, предложенным в работах /2,5/. Случай взаимодействия спинорного и скалярного поля подробно изложен в работе /3/. Интегралы в правых частях уравнений (3б) и (3в) могут быть найдены при любых размерностях полей d и Δ (см. /3/). Не приводя подробных вычислений, приведем здесь лишь окончательную систему алгебраических уравнений, являющуюся следствием системы интегральных уравнений (3а–в):

$$1 = - g_1^2 \frac{1}{\varepsilon_1} \frac{2}{N}, \quad g_1^2 = g_0^2\pi^D; \qquad (6а)$$

$$1 = g_1^2 \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{N^2 - 1}{N}; \qquad (6б)$$

$$1 = g_1^2 \frac{2}{\varepsilon_0 + \varepsilon_1}. \qquad (6в)$$

При этом использованы соотношения для генераторов группы SU(N):

$$\lambda_{ij}^b\lambda_{jl}^a\lambda_{lk}^b = -(2/N)\lambda_{ik}^a; \qquad Sp\,\lambda^a\lambda^b = 2\delta^{ab},$$

$$\lambda_{ik}^a\lambda_{kj}^a = (2/N)(N^2 - 1)\delta_{ij}.$$

Кроме того, во всех уравнениях положено $D = 4$. Нетрудно заметить, что структура уравнений (6а–в) такова, что решение возможно лишь если N удовлетворяет уравнению:

$$N^2 - 2N - 3 = 0.$$

Отсюда имеем $N = 3$. Второе решение $N = -1$ не рассматриваем. Считая $N = 3$, получим решение:

$$\varepsilon_1 = -(2/3)g_1^2, \quad \varepsilon_0 = (8/3)g_1^2.$$

Размерности полей:

$$d = 3/2 + (8/3)g_1^2, \quad \Delta = 3 + 4g_1^2. \qquad (7)$$

Для того, чтобы вычисления интегралов были справедливы, необходимо, чтобы $0 < g_1^2 \ll 1$ (так как ε_0, ε_1 должны быть много меньше единицы).

Интересной особенностью найденного решения уравнений (3а-в) в рассмотренном "трехгаммном" приближении является то, что в нашем распоряжении остался один свободный параметр - константа связи g_1^2. В рассмотренных ранее моделях /2 - 5/, уже в "трехгаммном" приближении фиксировались все параметры.

Вопрос о том, сохранится ли параметр g_1^2 свободным при учете следующего порядка, остается пока открытым и будет исследован в другой работе.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю члену-корреспонденту АН СССР Е. С. Фрадкину за постоянное внимание к работе и плодотворные дискуссии.

Поступила в редакцию
3 января 1979 г.

Литература

1. Е. С. Фрадкин, Труды ФИАН, 29, 3 (1965).
2. E. S. Fradkin, M. Ya. Palchik, V. N. Zaikin, Saclay preprint 114/77 (1977).
3. В. Н. Зайкин, Препринт ФИАН № 240, 1978 г.
4. M. Ya. Palchik, Preprint N 74, Inst. of Automation and Electrometry, Novosibirsk, 1977.
5. E. S. Fradkin, M. Ya. Palchik, Physics Reports, 44, 250(1978).
6. A. A. Migdal, Phys. Lett., 37B, 386 (1971).