Краткие сообщения по физике № 6 1979

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ИМПЕДАНСА ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛАЗМЕ

Г. А. Гусев, В. Ф. Ковалев, В. В. Пустовалов, А. Б. Романов

УДК 533.95

Найден комплексный нелинейный импеданс плоской антенны на частотах, близких к плазменной.

Хорошо известны эффекты /I/ параметрического воздействия мощного излучения на плазму в тех случаях, когда источник излучения расположен вне плазмы (лазерный нагрев, зондирование ионосферы с Земли и т.п.). Часто источник электромагнитного поля находится в самой плазме /2,3/. Это реализуется в космических экспериментах (внешнее зондирование с борта ИСЗ) и в опытах с лабораторной плазмой. Если поле внутри плазмы таково, что оно нелинейно изменяет ее параметры, то при этом меняются и характеристики источника, например, импеданс. Ниже показано, что стрикционная нелинейность приводит к снижению импеданса в плазме.

Пусть в плазме на частоте ω_0 действует источник квазимонохроматического излучения, характеризуемый плотностью тока $\vec{j}_0(\vec{r},t)$

$$\vec{j}_0(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\vec{j}_0(\vec{r})e^{-i\omega_0 t} + \frac{1}{2}\vec{j}_0^*(\vec{r})e^{i\omega_0 t}, \qquad (I)$$

амплитуда которого $\vec{j}_0(\vec{r})$, вообще говоря, зависит от времени. Кроме того, имеется низкочастотный источник с плотностью заряда ρ.

В линейном по полю приближении высокочастотный источник (I) возбуждает в плазме электрическое поле

$$\bar{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\bar{E}e^{-i\omega_0 t} + \frac{1}{2}\bar{E}^* e^{i\omega_0 t}. \qquad (2)$$

В кубичном приближении можно получить следующее укороченное по времени уравнение для амплитуды потенциального поля

$$i\,\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + i\,\frac{\nu}{2}\,\vec{E} + \frac{\omega_o^2 - \omega_L^2}{2\omega_o}\,\vec{E} + \frac{3}{2}\,\omega_o r_{De}^2 \Delta\vec{E} + \pi\omega_o\,\frac{e}{m}\,r_{Di}^2 \times$$

$$\times (r_{De}^2 + r_{Di}^2)^{-1}\vec{E}(\rho + \rho^*) + \frac{e^2}{8m^2\omega_o^3}\,\frac{\vec{E}|\vec{E}|^2}{r_{De}^2 + r_{Di}^2} = -\,2\pi i\left[\vec{j}_o + i\,\frac{\partial\vec{j}_o}{\omega_o\partial t}\right]. \qquad (3)$$

Здесь $\omega_L = (4\pi e^2 n/m)^{1/2}$ – ленгмюровская частота электронов с зарядом e и массой m, ν – частота столкновений электронов, r_{De} и r_{Di} – дебаевские радиусы электронов и ионов. Нелинейное по полю $\vec{E}$ слагаемое соответствует стрикционной силе Миллера $\vec{F} = -(\partial/\partial\vec{r})\times$ $\times\,(e^2|\vec{E}|^2/4m\omega_o^2)$, уменьшающей плотность плазмы n.

Уравнение (I) без источников ($\vec{j}_o = 0$, $\rho = 0$) изучалось в связи с коллапсом ленгмюровских волн /4/ и солитонными решениями для поля $\vec{E}$ (см., например, /5/). Стационарный предел $\partial\vec{E}/\partial t = -\,\partial\vec{j}_o/\partial t = 0$ уравнения (3) в плазме (при $\rho = 0$, $\nu = 0$) рассмотрен в книге /2/. Вопрос об импедансе источника в /2/ не обсуждался.

При использовании (3) для определения импеданса Z нас будут интересовать одномерные стационарные решения (3), соответствующие постоянному значению амплитуды плотности тока точечного источника, расположенного в начале координат $\partial\vec{j}_o/\partial t = 0$. Пренебрегая диссипацией ($\nu = 0$) запишем уравнение (3) после замены переменных $\xi = (x/r_{De})\sqrt{2/3\omega_o}$, $\psi = -\,(Er_{De}/2\pi j_{ox})\sqrt{3\omega_o/2}$, $\Delta\omega_o = \omega_o - \omega_L$ в следующем виде

$$\Delta\omega_o\psi + \psi_{\xi\xi} + \sqrt{\frac{2}{3\omega_o r_{De}^2}}\,\beta\psi\delta(\xi) + \frac{8\pi^2\alpha j_{ox}^2}{3\omega_o r_{De}^2}\,|\psi|^2\psi = i\delta(\xi)e^{i\varphi}, \qquad (4)$$

где φ – фаза тока источника, $\alpha = (e^2/8m^2\omega_o^3)(r_{De}^2 + r_{Di}^2)^{-1}$, $\beta = \pi\omega_o(e/m)r_{Di}^2(r_{De}^2 + r_{Di}^2)^{-1}\rho$. Импеданс Z источника однозначно определяется значением поля плазменных колебаний при $\xi = 0$:

$$Z = -\,E(0)j_{ox}^{-1} = 2\pi\sqrt{2/3\omega_o r_{De}^2}\;\psi(0)e^{-i\varphi}. \qquad (5)$$

Симметричные относительно $\xi = 0$ решения (4) получаются сшивкой решений $\psi^{\pm}$ однородного уравнения (4) в точке $\xi = 0$ с условием ($\beta = 0$)

$$\psi_\xi^+(0) - \psi_\xi^-(0) = 2\psi_\xi^+(0) = ie^{i\varphi}. \qquad (6)$$

Решения однородного уравнения (4) выражаются через эллиптические функции и при отрицательной расстройке $\Delta\omega_0 < 0 (\beta = 0)$ подробно исследовались в работе /6/. Нас будет интересовать случай положительной расстройки $\Delta\omega_0 > 0$, соответствующий задаче об излучении в линейной теории. Используя (5) получим систему уравнений, определяющую нелинейный импеданс Z источника в плазме:

$$Z = 4\pi(r_2^2 - Ry)\Big/\sqrt{3\omega_0\Delta\omega_0 r_{De}^2},$$

$$R = r_2^2 - r_1^2, \quad j_c = (3\omega_0(\Delta\omega_0)^2 r_{De}^2/(8\pi^2\alpha))^{1/2}, \quad k^2 = R(1 + 2r_2^2 + r_1^2)^{-1}$$

$$\left(\frac{j_{ox}^2}{8j_c^2}\right)^2 (r_2^2 - Ry)^2 + \mu^4 + \frac{R^6}{k^4} y^2(1 - y^2)(1 - k^2y)^2 - \frac{\mu^2 j_{ox}^2}{4j_c^2}(r_2^2 - Ry)$$

$$+ \frac{j_{ox}^2}{4j_c^2}\frac{R^3}{k^2} y(1 - y)(1 - k^2y)(r_2^2 - Ry) + \frac{2R^3\mu^2}{k^2}(1 - y)(1 - k^2y) = 0,$$

где ε и μ – интегралы однородного уравнения (4):

$$\mu = \sqrt{\Delta\omega_0}(j_{ox}^2/2j_c^2)|\psi|^2(\arg\psi)_\xi,$$

$$\varepsilon = (j_{ox}^2/2j_c^2)\left[|\psi|_\xi^2 + \Delta\omega_0|\psi|^2 + |\psi|^2(\arg\psi)_\xi^2 + (4\pi^2\alpha_{ox}^2|\psi|^4/3\omega_0 r_{De}^2)\right].$$

Величины r_2^2 и r_1^2 связаны с максимальным и минимальным значением амплитуды электрического поля и определяются интегралами ε и μ:

$$r_2^2 = -(1/2)(1 + r_1^2) + (1/2)\left[(1 + r_1^2)^2 + 4\mu^2/r_1^2\right]^{1/2} =$$

$$= (j_{ox}^2/2j_c^2)(\Delta\omega_0)|\psi|_{max}^2,$$

$$r_1^2 = (j_{ox}^2/2j_c^2)(\Delta\omega_0)|\psi|_{min}^2, \quad \varepsilon r_1^2 - r_1^4 - r_1^6 - \mu^2 = 0.$$

Для совпадающих значений $r_1 = r_2$ импеданс Z определяется формулой

$$Z = 2\pi(3\omega_0\Delta\omega_0 r_{De}^2)^{-1/2}(j_c/j_{ox})\left(-1 + \sqrt{1 + j_{ox}^2/j_c^2}\right)^{1/2}. \qquad (7)$$

Такое значение импеданса в условиях $\Delta\omega_0 > 0$ и малой, но конечной, диссипации соответствует единственному решению уравнения (4), удовлетворяющему физическому требованию убывания поля вдали от источника.

Учет влияния точечного низкочастотного заряда $\rho(\beta \neq 0,\ r_1 = r_2)$ приводит к появлению мнимой добавки к импедансу:

$$Z = 2\pi \sqrt{\frac{2}{3\omega_o r_{De}^2}} \left| - i\beta \sqrt{\frac{2}{3\omega_o r_{De}^2}} + \left[2\Delta\omega_o \left(1 - \frac{\beta^2}{6\omega_o \Delta\omega_o r_{De}^2} \right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \left(4(\Delta\omega_o)^2 \left(1 + \frac{j_{ox}^2}{j_c^2} + \beta^2 (3\omega_o \Delta\omega_o r_{De}^2)^{-1} + \frac{\beta^4}{4} (3\omega_o \Delta\omega_o r_{De}^2)^{-2} \right) \right)^{1/2} \right|^{1/2} \right|^{-1}$$

В случае слабой нелинейности $(j_{ox}/j_c)^2 \ll 1$ из (7) получаем линейный импеданс $Z_o = \pi \sqrt{2/3} (\Delta\omega_o \omega_o)^{-1/2} r_{De}^{-1}$. При $(j_{ox}/j_c)^2 \gg 1$ нелинейный импеданс убывает по закону $Z/Z_o \backsim (j_c/j_{ox})^{1/2}$. Этот эффект можно понять с помощью формулы для линейного импеданса, убывающего с уменьшением плотности электронов, если учесть, что рассмотренная нелинейность ведет к образованию каверн плотности.

При точном резонансе $(\Delta\omega_o = 0)$ частоты источника с плазменной, импеданс Z в линейном приближении $j_{ox} \to 0$ принимает конечное значение благодаря учету диссипативных процессов. Нелинейное взаимодействие плазменных колебаний дает конечное значение при $\Delta\omega_o = 0$, $\nu = 0$ импеданса Z в плазме:

$$Z = 6^{-1/4} \pi^{1/2} (j_{ox}^2 r_{De}^2 \omega_o \alpha)^{1/4}. \qquad (8)$$

Найденные соотношения, например (7), (8), представляют, на наш взгляд, интерес сформулированной здесь задачи как первый шаг на пути построения нелинейной теории импеданса источников в плазме в условиях параметрического резонанса.

Авторы благодарны В. П. Силину за постановку вопроса и Р. Р. Рамазашвили за подробное обсуждение работы.

Поступила в редакцию
26 декабря 1978 г.

Литература

1. В. П. Силин, Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму, изд. "Наука", М., 1973 г.

2. Я. Л. Альперт, А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, Искусственные спутники в разреженной плазме, изд. "Наука", М., I964 г.
3. А. А. Андронов, Ю. В. Чугунов, УФН, II6, 79 (I975).
4. В. Б. Захаров, ЖЭТФ, 62, I745 (I972).
5. Дж. Уизем, Линейные и нелинейные волны, изд. "Мир", М., I977 г
6. В. П. Силин, ЖЭТФ, 53, I662 (I967).