Краткие сообщения по физике № 12 1979

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПАДЕ-ПРИБЛИЖЕНИЙ К РЕШЕНИЮ ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ ПРОЦЕССА $\gamma N \to \pi N$

А. И. Лебедев, Б. В. Мангазеев, Л. В. Фильков

УДК 539.12

Обсуждается возможность использования метода Паде-приближений для вычисления амплитуд фоторождения пионов на нуклонах с помощью дисперсионных соотношений. Предлагается модификация метода, дающая удовлетворительное описание нерезонансных амплитуд в низшем [0,1] Паде-приближении.

Основой для количественного описания процесса фоторождения π-мезонов на нуклонах в области низких энергий (энергия фотона в лабораторной системе $E_\gamma < 500$ МэВ) могут служить дисперсионные соотношения (ДС) для амплитуд этого процесса /1, 2/. Среди методов их решения /1 - 6/ метод итераций /5, 6/ привлекателен своей наглядностью, а также тем, что позволяет отказаться от предположений, связанных с пренебрежением мнимыми частями нерезонансных амплитуд в дисперсионном интеграле /6/.

Для приближенного суммирования итерационного ряда можно воспользоваться методом Паде-приближений (ПП), который хорошо зарекомендовал себя при решении ДС для различных процессов с участием сильновзаимодействующих частиц /7, 8/. Предпринятая в работе /9/ попытка описать процесс $\gamma N \to \pi N$ в низшем ПП не дала положительных результатов.

В настоящей работе обсуждается применение метода ПП к решению ДС для процесса $\gamma N \to \pi N$ и предлагается модификация ПП[0,1], которая приводит к удовлетворительному согласию с экспериментальными данными для нерезонансных амплитуд.

Для мультипольных амплитуд процесса $\gamma N \to \pi N$ ДС можно записать в виде /3/:

$$\mathrm{Re}\, m_i(w) = m_i^B(w) + \frac{1}{\pi}\int\limits_{M+\mu}^{\infty} \sum_j K_{ij}(w,w')\, \mathrm{Im}\, m_j(w')dw', \qquad (\mathrm{I})$$

где m_i - электрическая или магнитная мультипольная амплитуда, K_{ij} - известные кинематические функции, m_i^B - борновская часть амплитуды, w - полная энергия в системе центра масс, M и μ - массы нуклона и π-мезона ($\hbar = c = 1$), интеграл берется в смысле главного значения. При расчетах использовались релятивистские ДС для мультипольных амплитуд рождения мезонов в s, p, d-состояниях и условие двухчастичной унитарности

$$\mathrm{Im}\, m_i(w) = \mathrm{Re}\, m_i(w)\, \mathrm{tg}\delta_i(w), \qquad (2)$$

связывающее мультипольные амплитуды фоторождения с соответствующими фазами πN-рассеяния δ_i. Нарушение условия (2) при энергиях выше порога рождения пар пионов не скажется существенным образом на вычислениях в низкоэнергетической области, так как коэффициент неупругости для амплитуд πN-рассеяния близок к единице вплоть до энергий 800 - 900 МэВ и вклад области высоких энергий в дисперсионный интеграл подавлен из-за достаточно быстрого убывания с ростом энергии функций K_{ij} и модулей мультипольных амплитуд.

Если при построении итерационного ряда на основе (I) выбрать в качестве нулевого приближения борновскую амплитуду ($\mathrm{Re}\, m_i^{(0)} = m_i^B$, $\mathrm{Im}\, m_i^{(0)} = 0$), то в полученном итерационном ряде

$$m_i = m_i^{(0)} + m_i^{(1)} + m_i^{(2)} + \dots \qquad (3)$$

его последующие члены запишутся как

$$\mathrm{Re}\, m_i^{(1)}(w) = \frac{1}{\pi}\int\limits_{M+\mu}^{\infty} \sum_j K_{ij}(w,w')\, \mathrm{Im}\, m_j^{(1)}(w')dw', \quad \mathrm{Im}\, m_j^{(1)} = \mathrm{Re}\, m_j^{(0)}\mathrm{tg}\delta_j, \qquad (4)$$

$$\mathrm{Re}\, m_i^{(2)}(w) = \frac{1}{\pi}\int\limits_{M+\mu}^{\infty} \sum_j K_{ij}(w,w')\, \mathrm{Im}\, m_j^{(2)}(w')dw', \quad \mathrm{Im}\, m_j^{(2)} = \mathrm{Re}\, m_j^{(1)}\mathrm{tg}\delta_j. \qquad (5)$$

Эффективным параметром разложения в (3) является вклад πN-рассеяния. ПП [I,I] для ряда (3) будет иметь вид:

$$m_{i\,[1,1]} = m_i^{(0)} + \frac{(m_i^{(1)})^2}{m_i^{(1)} - m_i^{(2)}}, \qquad (6)$$

причем ПП лучше строить для полной амплитуды (включая ее реальную и мнимую части), так как в этом случае получается более сильная нелинейная связь между $\mathrm{Re}\, m_{i\,[1,1]}$ и членами ряда (3), чем это имело бы место, если ПП строить отдельно для $\mathrm{Re}\, m_i$ и $\mathrm{Im}\, m_i$. Усиление нелинейности приводит, как правило, к улучшению согласия с экспериментальными данными в более низких порядках ПП /10/. Следует отметить, что в отличие от упругих процессов, для которых диагональное ПП (в частности [I,I]) унитарно, для реакций фоторождения унитарность ПП [I,I] требует проверки.

Так как вычисление $m_i^{(2)}$ весьма громоздко, то целесообразно модифицировать более простое ПП [0,I]. Для этого надо учесть тот факт, что доминирующий вклад в дисперсионные интегралы для ряда мультипольных амплитуд дает резонанс P_{33} (I232). Поэтому в качестве нулевого приближения итерационной процедуры удобно выбрать не борновскую амплитуду, а ее сумму с вкладом мнимых резонансных амплитуд $M_{1+}^{3/2}$ и $E_{1+}^{3/2}$ в дисперсионный интеграл $m_i(33)$. При этом ДС для амплитуд $M_{1+}^{3/2}$ и $E_{1+}^{3/2}$ рассматриваются отдельно, так как вклад нерезонансных амплитуд в этом случае мал и им можно пренебречь. Амплитуды $M_{1+}^{3/2}$ и $E_{1+}^{3/2}$, хорошо известные из мультипольных анализов, являются решением ДС, в чем можно убедиться непосредственной проверкой. Используя их для вычисления m_i (33), запишем вместо (3) итерационный ряд для нерезонансных амплитуд в виде

$$m_i = N_i^{(0)} + N_i^{(1)} + \dots , \qquad (7)$$

где

$$N_i^{(0)} = m_i^B + m_i(33), \quad \mathrm{Im}\, N_i^{(0)} = 0, \qquad (8)$$

$$\mathrm{Re}\, N_i^{(1)}(w) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{M+\mu}^{\infty} \sum_j{}' K_{ij}(w,w') \,\mathrm{Im}\, N_i^{(1)}(w')dw', \quad \mathrm{Im}\, N_i^{(1)} = \mathrm{Re}\, N_i^{(0)} \mathrm{tg}\delta_i . \qquad (9)$$

Штрих над суммой означает, что опущены слагаемые с $\mathrm{Im}\, M_{1+}^{3/2}$ и $\mathrm{Im}\, E_{1+}^{3/2}$.

Построенное с помощью двух первых членов ряда (7) ПП [0,I]

$$m_i[0,1] = \frac{(N_i^{(0)})^2}{N_i^{(0)} - N_i^{(1)}} \qquad (10)$$

удовлетворительно описывает экспериментальные данные для нерезонансных амплитуд.

Поступила в редакцию
14 августа 1979 г.

Литература

1. A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze, L. D. Solovyov, Nucl. Phys., 4, 427 (1957).
2. G. F. Chew, M. L. Goldberger, F. E. Low, Y. Nambu, Phys. Rev., 106, 1345 (1957).
3. F. A. Berends, A. Donnachie, D. C. Weaver, Nucl. Phys., B4, 1 (1967).
4. D. Schwela, R. Weizel, Z. Physik, 221, 71 (1969).
5. A. Donnachie, G. Shaw, Ann. Phys., 37, 333 (1966).
6. А. И. Лебедев, С. П. Харламов, Препринт ФИАН № 69, 1967 г.
7. Л. В. Фильков, Труды международного семинара "Бинарные реакции", Дубна, 1972 г., стр. 729.
8. M. Pusterla, Pade Approximants and Their Applications. ed. by P. R. Graves-Morris, Acad. Pres, London - New-York,1973.
9. Б. Б. Шалюшев, Д. А. Трифонов, Доклады АН Болгарии, 29, 1265 (1976).
10. J. L. Basdevant, D. Bessis, J. Zinn-Justin, Nuovo Cim.,60A, 185 (1969).