О РЕЗИСТИВНОЙ МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

А. А. Веряев, В. Н. Цытович

УДК 533.951

Рассмотрено влияние кулоновских соударений на явление модуляционной неустойчивости ленгмюровских колебаний. Оценены инкременты модуляционной неустойчивости.

Явление модуляционной неустойчивости, заключающееся в спонтанном нарушении однородности плазмы и поля, возникает при достижении некоторого порогового значения плотности энергии поля, например ленгмюровского. При описании данного явления обычно не учитывают кулоновские соударения частиц, считая их редкими. Однако их роль может оказаться существенной в случае, если

$$|\omega_-| \ll \nu_{eff}. \qquad (I)$$

(Здесь $\omega_- = \omega - \omega_1$ - разность частот двух волн или частота т.н. виртуального поля, через которое идет процесс нелинейного взаимодействия). Отметим, что неравенство (I) будет выполняться тем лучше, чем более длинноволновая часть ветви ω^l_k рассматривается, т.к. $\omega_- \approx 3v^2_{Te}(k^2 - k_1^2)/2\omega_{pe}$. Также оказывается существенным омический нагрев в плазме при протекании процессов самозапирания волн, самофокусировки, образования неоднородности, когда размер неоднородности больше длины свободного пробега частиц. Эти вопросы сейчас стали интенсивно обсуждаться в связи с проблемой взаимодействия радиоволн с ионосферой /I-3/.

Легко видеть из простых рассуждений, что уравнения для огибающих со столкновительной нелинейностью могут описывать модуляционно неустойчивые колебания и содержать в качестве решений ямки плотности с запертыми в них ленгмюровскими волнами. Действительно, если в поле высокочастотной волны произошел локальный нагрев электронов, они будут уходить из этой области. Из-за нагрева ионов при столкновениях с электронами и, в основном, из-за амбиполярной диффузии ионы также уменьшат свою концентрацию в этой ооласти. В обра зовавшемся разрежении, играющем роль линзы, повысится амплитуда электрического поля, что приведет к еще большему нагреву частиц и т.д..

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы показать как могут быть получены точные динамические уравнения для ленгмюровского поля в условиях (I), используя результаты /4,5/. В отличие от /I/, где рассмотрена модуляционная неустойчивость и самофокусировка поперечных волн, здесь рассмотрена модуляционная неустойчивость ленгмюровских волн. Метод получения нелинейных уравнений для огибающих изложен в /6/. Согласно этой работе, для амплитуды высокочастотной части поля E_k^+ вне области источников поля можем записать

$$i\vec{k}\varepsilon_k\vec{E}_k^+ = 8\pi\int\tilde{\Sigma}E_{k_1}^+E_{k_2}^+E_{k_3}^-\delta(k - k_1 - k_2 - k_3)dk_1dk_2dk_3;$$

$$\omega_1 \cong \omega_2 \simeq -\omega_3, \tag{2}$$

$$\tilde{\Sigma} = \Sigma_{kk_1k_2k_3} + 8\pi S_{kk_1k_-}S_{k_-k_2k_3}/(i|\vec{k}_-|\varepsilon_{k_-});$$

$$k_- = k - k_1;\ k = \{\vec{k},\omega\}. \tag{3}$$

Здесь Σ и S – нелинейные матричные элементы в выражениях для зарядов; низкочастотные поля считаются продольными. В работе /4/ были найдены нелинейные токи и функции S^j и Σ^j в рамках кинетико-гидродинамического подхода с использованием столкновительного члена в форме Ландау. В /5/ получены эти нелинейные отклики из точных гидродинамических уравнений в предположении, что

$$\max(\omega_-,|\vec{k}_-|v_{T\alpha}) \ll \nu_{eff} \ll |\omega_k - \vec{k}\vec{v}_{T\alpha}|;\quad \alpha = e,i, \tag{4}$$

$$\omega_- > 3\nu_e m_e/m_i. \tag{5}$$

Неравенство (5) означает, что разностная частота превосходит характерное обратное время выравнивания температур ионов и электронов. Используя (4), (5), получим

$$\tilde{\Sigma} = \frac{1,71\nu_e n_o e^4(\vec{k}\vec{k}_1)(\vec{k}_2\vec{k}_3)\vec{k}_-^2\varepsilon^i_{k_-}}{m_e^3\omega_{pe}^3 k_1 k_2 k_3 \Omega\Omega_e\omega_-\varepsilon_{k_-}}. \qquad (6)$$

Входящие в (6) величины имеют следующий вид:

$$\Omega = -i\omega_- + 0,51\nu_e + ik_-^2 v_{Te}^2(1 - 2,96i\omega_-/\Omega_e)/\omega_-;$$

$$\Omega_e = -(3/2)i\omega_- + 3,16k_-^2 v_{Te}^2/\nu_e;$$

$$\varepsilon_{k_-} = 1 + (i\omega_{pe}^2/\varkappa\omega_e\omega_-) + (i\omega_{pi}^2/\varkappa\omega_i\omega_-);$$

$$\varkappa = 1 + (0,51\nu_e + 1,22k_-^2 v_{Te}^2/\Omega_e)(\omega_e^{-1} + (m_e/m_i)\omega_i^{-1}); \qquad (7)$$

$$\omega_e = -i\omega_- + ik_-^2 v_{Te}^2(1 - 1,71i\omega_-/\Omega_e)/\omega_-;$$

$$\omega_i = -i\omega_- + ik_-^2 v_{Ti}^2(1 - i\omega_-/\Omega_i - 1,28i\omega_-/\nu_i + 0,71T_e\omega_-/T_i\Omega_e)/\omega_-;$$

$$\Omega_i = -(3/2)i\omega_- + 3,9k_-^2 v_{Ti}^2/\nu_i;$$

$$\nu_i = (4/3)\sqrt{\pi}(\Lambda n_o e^4/m_i^2 v_{Ti}^3); \qquad \nu_e = (4/3)\sqrt{2\pi}(\Lambda n_o e^4/m_e^2 v_{Te}^2),$$

где Λ – кулоновский логарифм, ε^i_k – ионная часть диалектрической проницаемости, $\varepsilon_k = \varepsilon^i_k + \varepsilon^e_k - 1$. Определим вариацию плотности и огибающую высокочастотного поля следующим образом:

$$\delta n_{k_-} = \frac{1,71\nu_e k_-^2\varepsilon^i_{k_-}}{2\pi i m_e\Omega\Omega_e\omega_-\varepsilon_{k_-}}\,|\vec{E}|^2_{k_-}; \qquad (8)$$

$$\vec{E}(\vec{r},t) = (2\pi)^{-4}\int E_k^+(\vec{k}/k)\exp(i\omega_{pe}t - i\omega t - i\vec{k}\vec{r})d\vec{k}d\omega. \qquad (9)$$

Если выполнены условия

$$k_-^2 v_{Te}^2/\nu_e \gg \omega_-; \quad \omega_{pe} \gg \nu_e, \qquad (10)$$

то независимо от остальных неравенств, накладываемых на слагаемые в (7), оказывается возможным переписать уравнения (2) и (8) в ко–

ординатном представлении для огибающей $\vec{E}$ в виде системы

$$\operatorname{div}\left(i \frac{\nu_e}{\omega_{pe}} \vec{E} + \frac{2i}{\omega_{pe}} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{3v_{Te}^2}{\omega_{pe}^2} \Delta \vec{E} \right) = \operatorname{div}\left(\frac{\delta n}{n_o} \vec{E} \right) + \hat{Q}\vec{E};$$

$$\Delta \delta n = \frac{0{,}27\nu_e^2}{2\pi n_o T v_{Te}^2} |\vec{E}|^2; \; T = T_e + \lambda Ti, \quad \omega_-/k_- < v_{Ti}; \qquad (11)$$

$$\left(\Delta - v_s^{-2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \delta n = \frac{0{,}27\nu_e^2}{2\pi T v_{Te}^2} |\vec{E}|^2; \; T = T_e, \quad \omega_-/k_- > v_{Ti}.$$

Здесь $v_s^2 = T_e/m_i$, $\lambda = 1$, если

$$k_-^2 v_{Ti}^2/\nu_i \omega_- \gg 1, \qquad (12)$$

и $\lambda = 5/3$ при выполнении противоположного неравенства. В первом уравнении (11) слагаемое $i\vec{E}\nu_e/\omega_{pe}$ описывает столкновительное затухание волны, а $\hat{Q}\vec{E}$ – накачку каким-либо механизмом (например, за счет распадов ленгмюровских колебаний). Динамические уравнения (11) определяют эволюцию ленгмюровского поля в условиях частых столкновений.

При оценке инкрементов модуляционной неустойчивости будем предполагать, что слагаемые первого уравнения (11) с затуханием и накачкой компенсируют друг друга и не оказывают существенного влияния на значения времен развития неустойчивости. Последнее, по-видимому, возможно при значительном превышении порогового значения плотности энергии турбулентности W_*/n_oT, которое легко определить из сравнения нелинейного и столкновительного членов

$$W/n_oT > k_-^2 r_d^2 \omega_{pe}/\nu_e = W_*/n_oT; \quad r_d = v_{Te}/\omega_{pe}. \qquad (13)$$

Заметим, что последние два уравнения (11) для δn содержат нелинейные правые части, которые на пределе применимости уравнений (11) при $L_{неодн} \simeq v_{Te}/\nu_e$ имеют тот же порядок величины, что и бесстолкновительная стрикционная нелинейность $\Delta|\vec{E}|^2/16\pi n_o m_i$. В уравнении для ленгмюровского поля нелинейность удалось записать в виде слагаемого $\mathrm{div}(\vec{E}\delta n/n_o)$, что означает сохранение числа ленгмюровских квантов в нелинейном процессе. Отметим еще, что последнее из уравнений (II) получено нами из (8) в предположении, что выполнены неравенства (I0), $\omega_-/k_- > v_{Ti}$ и неравенство противоположное (I2). Оно совпадает с уравнениями работы /I/ для низкочастотных возмущений плотности δn и температуры δT_e, если пренебречь в последних (т.к. выполнено (5) в нашем рассмотрении) обменом энергией между электронами и ионами. (Движения со скоростями большими v_{Ti} можно рассматривать лишь при выполнении неравенства противоположного (I2)).

В одномерном случае, которым мы ограничимся при рассмотрении модуляционной неустойчивости, уравнения (II) могут быть линеаризованы на фоне решения $E_o \exp(-i\Omega_o t + ik_o x)$. В слабонеоднородной плазме $\Omega_o = 3k_o^2 v_{Te}^2/\omega_{pe} - (0,27\nu_e|E_o|^2/\varkappa^2 v_{Te}^2 4\pi n_o T)$ или $\Omega_o \simeq 3k_o^2 v_{Te}^2/\omega_{pe} - \left[0,27|E_o|^2\nu_e^2/(\varkappa^2 - \omega^2/v_s^2)2\pi n_o T v_{Te}^2\right]$, где $\varkappa^{-1}$ – характерный размер неоднородности ($\varkappa \ll k_o$), а ω^{-1} – медленное время изменения этой неоднородности. Для определения времени развития неустойчивости нетрудно получить, используя (2) и (8), следующее дисперсионное соотношение в случае, когда линейное затухание компенсировано накачкой

$$1 = \frac{1,71\nu_e^2\varkappa^2\varepsilon^i_{\varkappa,\omega}|E_o|^2}{2\pi i m_e\Omega\Omega_e\omega\varepsilon_{\varkappa,\omega}n_o}\left(\frac{1}{\varepsilon_{\varkappa-k_o}} + \frac{1}{\varepsilon_{\varkappa+k_o}}\right). \tag{I4}$$

Для движений со скоростью меньшей тепловой ионной в пренебрежении столкновительным затуханием высокочастотных колебаний из (I4) находим, что при выполнении условия $\omega/\varkappa > 3k_o v_{Te}^2/\omega_{pe}^2$

$$\gamma \simeq \nu_e\sqrt{W/n_oT}, \tag{I5}$$

где $W = |E_o|^2/2\pi$. В случае движений с $v_{Ti} < \omega/\varkappa$ максимальный инкремент возникает при условии $W/n_oT \gg \varkappa^2 v_s^2/\nu_e^2$ и равен

$$\gamma \simeq (\varkappa v_{Te} \nu_e)^{1/2} (W/n_o T)^{1/4} (m_e/m_i)^{1/4}. \qquad (16)$$

На границе применимости этой формулы $\gamma_{max} \simeq \nu_e \sqrt{W/n_o T}$. Инкременты (15), (16) оказываются больше соответствующих бесстолкновительных при $\nu_e \gg \omega_{pi}$ ($N_d \ll \sqrt{m_i/m_e}$). Отметим в заключение, что рассмотрение модуляционной неустойчивости при пренебрежении изменением дисперсионных свойств ленгмюровских колебаний из-за столкновений возможно лишь при подкачке ленгмюровской турбулентности и при значительном превышении над порогом (13).

Поступила в редакцию
2 февраля 1978 г.

Литература

1. A. G. Litvak, V. A. Mironov, Proc. XIII Int. Conf. on Phen. in Ion. Gases, part 2, p. 867. Berlin 1977.
2. С. М. Грач, В. Д. Трахтенгерц, изв. ВУЗов "Радиофизика", 18, 1288 (1975).
3. F. W. Perkins, E. J. Valeo, Phys. Rev. Lett., 32, 1234(1974).
4. В. Г. Маханьков, В. Н. Цытович, ЖЭТФ, 51, 1789 (1967).
5. В. Н. Цытович, Теория турбулентной плазмы, Атомиздат, М., 1971 г.
6. Ф. Х. Хакимов, В. Н. Цытович, ЖЭТФ, 70, 1785 (1976).