Краткие сообщения по физике № 6 1978

ОБ ОТРАЖЕНИИ И ПРЕЛОМЛЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДВИЖУЩЕМСЯ ФРОНТЕ ИОНИЗАЦИИ ГАЗА

С. Н. Белов, А. А. Рухадзе

УДК 533.951

Решена задача об отражении и преломлении электромагнитных волн на движущемся фронте ионизации газа при наличии продольного магнитного поля. Рассмотрено нормальное падение плоских электромагнитных волн на фронт ионизации при произвольной напряженности магнитного поля и наклонное падение ТМ волн в пределе бесконечно сильного магнитного поля.

Задаче отражения и преломления электромагнитных волн на поверхности изотропной плазмы, образованной движущимся источником ионизации, посвящен ряд работ /I - 4/. Аналогичная задача при наличии внешнего продольного магнитного поля рассматривается в данной работе.

Так же как в /I,2/ предполагается, что концентрация заряженных частиц изменяется скачком и становится равной N_0 в момент прихода ионизирующего излучения, причем фронт ионизации движется со скоростью $v_0 < c$ вдоль внешнего магнитного поля $\vec{B}_0$ параллельно оси oz, то есть $z_{фр} = v_0 t$. Тепловым движением электронов, их столкновениями, а также движением ионов в поле падающей волны пренебрегается. Предполагается, что заряженные частицы рождаются на фронте ионизации с нулевыми начальными скоростями. В соответствии с этим в плоскости $z' = 0$ движущейся системы координат $K'(x', y', z', t')$, относительно которой фронт ионизации покоится ($z'_{фр} = 0$, $x' = x$, $y' = y$), обращаются в нуль плотность заряда ρ и плотность тока $\vec{J}$:

$$\rho|_{z'=0} = 0, \quad \vec{J}|_{z=0} = 0. \qquad (I)$$

На фронте ионизации имеет место непрерывность тангенциальных составляющих электромагнитного поля

$$\left[E_{x',y'}\right]_{z'=0} = \left[B_{x',y'}\right]_{z'=0} = 0. \qquad (2)$$

Для простоты значение диэлектрической проницаемости среды перед фронтом ионизации ($z'>0$) принимается равным единице.

Рассматриваются два предельных случая: нормальное падение плоских электромагнитных волн при учете конечной напряженности внешнего магнитного поля, и наклонное падение ТМ волны в пределе бесконечно сильного магнитного поля (в бесконечно сильном продольном магнитном поле ТЕ волны с плазмой не взаимодействуют).

I. Пусть со стороны $z = \infty$ навстречу фронту ионизации падает монохроматическая плоская волна $E_0 \exp(-i\omega_0 t - i\omega_0 z/c)$. Требуется найти отраженную и прошедшие волны, их частоты и направления распространения. Задачу удобно решать в движущейся системе координат $K'(x',y',z',t')$. Уравнения поля в плазме ($z'<0$) при этом запишем в виде:

$$\partial E_{x'}/\partial z' = ikB_{y'}; \quad \partial B_{x'}/\partial z' = -ikE_{y'} + (4\pi/c)j_{y'};$$
$$\partial E_{y'}/\partial z' = -ikB_{x'}; \quad \partial B_{y'}/\partial z' = ikE_{x'} - (4\pi/c)j_{x'}. \qquad (3)$$

Здесь $k = \omega/c$, $\omega = \omega_0\sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)}$ – волновое число и частота падающей волны в системе K', $\beta = v_0/c$,

$$j_{x'} = eNv_{x'}, \quad j_{y'} = eNv_{y'} \qquad (4)$$

компоненты плотности тока электронов, причем $N = N_0\gamma$, где $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$, их концентрация в системе K', $\vec{v}'$ – скорость вынужденного движения электронов в поле волны.

Систему (3-4) следует дополнить линеаризованными уравнениями движения электронов

$$-(i\omega + v_0\partial/\partial z')v_{x'} = (e/m\gamma)(E_{x'} + \beta B_{y'}) + (e/mc\gamma)v_{y'}B_0,$$
$$-(i\omega + v_0\partial/\partial z')v_{y'} = (e/m\gamma)(E_{y'} - \beta B_{x'}) - (e/mc\gamma)v_{x'}B_0. \qquad (5)$$

В результате для электромагнитных волн с круговой поляризацией получаем следующие дисперсионные уравнения:

$$(k_{z'}^2 - k^2)(k + \beta k_{z'} \mp k_B) + k_p^2(k + \beta k_{z'}) = 0. \qquad (6)$$

Верхний знак перед k_B в этом уравнении относится к правовращающейся волне ($E_{x'} = iE_{y'}$, $B_{x'} = iB_{y'}$), а нижний – к левовращающейся ($E_{x'} = -iE_{y'}$, $B_{x'} = -iB_{y'}$). Здесь $k_B = \omega_B/c$, где $\omega_B = eB_0/mc\gamma$ – циклотронная частота, а $k_p = \omega_p/c$, где $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N_0/m}$ – плазменная частота. Каждое из уравнений (6) имеет три решения ($k_{z'} = k_1, k_2, k_3$), которым отвечают три возможные ветви колебаний. Одна из этих ветвей (для определенности $k_{z'} = k_3$ с $\mathrm{Im}\,k_3 > 0$ для слабонарастающего решения) соответствует волне, распространяющейся в плазме навстречу падающему излучению, которая очевидно должна отсутствовать.

Таким образом, решение уравнений поля (3) в плазме соответствует двум преломленным волнам

$$\vec{E}(z'<0) = \vec{E}_1 \exp(ik_1 z' - i\omega t') + \vec{E}_2 \exp(ik_2 z' - i\omega t'), \qquad (7)$$

вне плазмы же имеются падающая и отраженная волны:

$$\vec{E}(z'>0) = \vec{E}_0 \exp(-ikz' - i\omega t') + \vec{E}_{0T} \exp(ikz' - i\omega t'). \qquad (8)$$

Учитывая граничные условия (I), (2) легко определить амплитуды преломленных волн в плазме и коэффициент отражения ($R = |E_{0T}/E_0|$):

$$E_{1,2} = \frac{2E_0 k(k + k_{2,1})}{(k - k_{1,2})(k_{2,1} - k_{1,2})}, \qquad (9)$$

$$R = \left| \frac{(k + k_1)(k + k_2)}{(k - k_1)(k - k_2)} \right| = \left| \frac{k - k_3}{k + k_3} \right| \frac{1 - \beta}{1 + \beta}. \qquad (10)$$

Наличие в плазме преломленных двух волн отражает специфику процесса распространения электромагнитного поля при наличии процесса ионизации /5/ и обусловлено независимостью начальных скоростей вновь рождающихся электронов от напряженности поля. Как и в отсутствие внешнего магнитного поля, имеется ветвь незатухающих колебаний (для определенности соответствующая корню $k_{z'} = k_2$), приводящая к поглощению энергии падающего поля. Эта ветвь переходит при $B_0 \to 0$ в волну $\exp(-i\omega z'/v_0 - i\omega t')$, которой в лабораторной системе отвечает периодическое распределение стационарного магнитного поля и тока в плазме /I/.

Соответствующий множитель $(k + k_2)/(k - k_2)$ в выражении для коэффициента отражения (I0) всегда по модулю меньше единицы. В случае падения правовращающейся волны при изменении B_0 от 0 до ∞ величина k_2 меняется в пределах от $- k/\beta$ и до $- k$, причем коэффициент отражения в лабораторной системе координат $R_0 = R(1 - \beta)/(1 + \beta)$ всегда меньше единицы. В случае же левовращающейся волны k_2 меняется в пределах $(- k/\beta, - \infty)$, но при условии $k_B, k_p \gg k \to (k_p^2/2k_B)(1 + \sqrt{1 - \beta^2})$ коэффициент отражения $R_0 \to \sqrt{(1 + \beta)/(1 - \beta)} > 1$. Наконец, если на фронте ионизации рождается очень плотная непрозрачная плазма $(k_p \gg k, k_B)$, то $k_2 \approx - k/\beta$ для обеих поляризаций волн и коэффициент отражения равен единице. Это соответствует уменьшению энергии волнового пакета при отражении в $(1 - \beta)/(1 + \beta)$ раз.

2. Рассмотрим теперь отражение и преломление ТМ волны на фронте ионизации при наличии бесконечно сильного продольного магнитного поля. В такой волне отличны от нуля компоненты $E_{x'}$, $E_{z'}$, $B_{y'}$ (волновой вектор падающей волны лежит в плоскости $x'z'$, т.е. $k_{x'} \neq 0$). Уравнения электромагнитного поля в системе $K'(x', y', z', t')$ в области плазмы $(z' < 0)$ и уравнения движения электронов при этом запишем в виде:

$$\partial E_{x'}/\partial z' - ik_{x'}E_{z'} = ikB_{y'}, \quad \partial B_{y'}/\partial z' = ikE_{x'},$$

$$k_{x'}B_{y'} = - kE_{z'} = (4\pi i/c)j_{z'}, \tag{I1}$$

$$-(i\omega + v_0\partial/\partial z')v_{z'} = (e/m\gamma^3)E_{z'}, \quad - i\omega\rho + \partial j_{z'}/\partial z' = 0,$$

$$j_{z'} = eNv_{z'} - \rho v_0. \tag{I2}$$

Система уравнений (I1) и (I2) приводит к следующему дисперсионному соотношению:

$$(k^2 - k_{z'}^2)\left[(k + \beta k_{z'})^2 - \gamma^{-2} k_p^2\right] - k_{x'}^2 (k + \beta k_{z'})^2 = 0, \qquad (I3)$$

которое определяет четыре корня $k_{z'} = k_1, k_2, k_3, k_4$. Один из корней k_4, имеющий положительную мнимую часть для слабонарастающего решения, соответствует волне, распространяющейся в плазме со стороны $z' = -\infty$, которая очевидно должна отсутствовать. В плазму проникают три волны, соответствующие трем остальным корням, то есть

$$\vec{E}(z'<0) = \vec{E}_1 \exp(ik_1 z') + \vec{E}_2 \exp(ik_2 z') + \vec{E}_3 \exp(ik_3 z'). \qquad (I4)$$

Вне плазмы же как и выше поле состоят из падающей и отраженной волны:

$$\vec{E}(z'>0) = \vec{E}_0 \exp(-ik_0 z') + \vec{E}_{0T} \exp(ik_0 z'), \qquad (I5)$$

где $k_0 = \sqrt{k^2 - k_{x'}^2}$ (фазовые множители $\exp(ik_{x'} x' - i\omega t')$ в выражениях (I4), (I5) опущены).

Учитывая граничные условия (I) и (2), легко определить амплитуды преломленных волн в плазме и коэффициент отражения:

$$\begin{pmatrix} E_{n\,x'} \\ E_{n\,y'} \end{pmatrix} = 2E_{0\,x'} \begin{pmatrix} k_n \\ k \end{pmatrix} \prod_{j \neq n} \frac{(k_j + k_0)}{(k_n - k_0)} \Big/ \prod_{j \neq n} (k_n - k_j),$$

$$n, j = 1, 2, 3;$$

$$E_{n\,z'} = 2E_{0\,x'} (k^2 - k_n^2) \prod_{j \neq n} \frac{(k_j + k_0)}{k_0 (k_0 + k_n)} \Big/ \prod_{j \neq n} (k_j - k_n);$$

$$R = \left| \frac{E_{0T\,x'}}{E_{0\,x'}} \right| = \left| \frac{(k_1 + k_0)(k_2 + k_0)(k_3 + k_0)}{(k_1 - k_0)(k_2 - k_0)(k_3 - k_0)} \right| = \left| \frac{k_4 - k_0}{k_4 + k_0} \right|. \qquad (I6)$$

Два корня дисперсионного уравнения (I3) k_2 и k_3 меняются в пределах $(-k/\beta \div -k)$ и $(-k/\beta \div -\infty)$, соответственно, при изменении плотности плазмы от нуля до бесконечности; им отвечают две незатухающих волны в плазме. Наличие этих волн приводит к поглощению плазмой энергии падающего поля. В случае непрозрачной плазмы высокой концентрации коэффициент отражения $R \simeq (k - k_0)/(k + k_0)$. В лабораторной системе координат при этом коэффициент отражения меньше единицы, то есть энергия волнового пакета при отражении уменьшается сильнее, чем в отсутствие внешнего магнитного поля.

В заключение заметим, что полученные в этом разделе результаты непосредственно переносятся на случай отражения ТМ волны от движущегося фронта ионизации в цилиндрическом волноводе радиуса r_0 в бесконечно сильном продольном магнитном поле. В формулах (13) - (16) при этом E_x и B_y следует заменить на E_r и B_φ, а поперечную составляющую волнового вектора $k_\perp = k_x$ – на $k_\perp = \mu_{0s}/r_0$, где μ_{0s} –корни функций Бесселя $J_0(\mu_{0s}) = 0$, характеризующих радиальную структуру поля в волноводе. Такую же замену следует учитывать и в соотношениях между частотами падающей ω_0 и отраженной $\omega_{от}$ волн и частотой ω в движущейся системе координат K':

$$\omega_{от} = \gamma^2\left[(1 + \beta^2)\omega_0 + 2\beta\sqrt{\omega_0^2 - k_\perp^2 c^2}\right],$$

$$\omega = \gamma\left[\omega_0 + \beta\sqrt{\omega_0^2 - k_\perp^2 c^2}\right] = \gamma\left[\omega_{от} - \beta\sqrt{\omega_{от}^2 - k_\perp^2 c^2}\right]. \qquad (17)$$

Поступила в редакцию
21 апреля 1978 г.

Литература

1. В. И. Семенова, изв. ВУЗов, "Радиофизика", 10, 1077 (1967).
2. В. И. Семенова, изв. ВУЗов, "Радиофизика", 15, 665 (1972).
3. Ю. М. Сорокин, Н. С. Степанов, изв. ВУЗов, "Радиофизика", 14, 686 (1971).
4. Г. И. Фрейдман, ЖЭТФ, 41, 226 (1961).
5. Н. С. Степанов, изв. ВУЗов, "Радиофизика", 19, 960 (1976).