

К УЧЕТУ ВЛИЯНИЯ ГРАВИТАЦИИ НА ВРЕМЯ ЖИЗНИ
НЕЙТРОНОВ В ЛОВУШКАХ

А. В. Антонов, Б. И. Горячев, А. И. Исаков, Н. В. Линькова

УДК 539.125.5

Для больших зеркальных и почти зеркальных ловушек различной формы рассмотрено влияние гравитации на время жизни ультрахолодных нейтронов (УХН) и нейтронов с энергией, несколько превышающей граничную. Распределение нейтронов по скоростям предполагается анизотропным.

Известно, что смещение нейтрона вдоль гравитационного поля на один метр приводит к изменению его потенциальной энергии на $\sim 10^{-7}$ эВ. Эта величина того же порядка, что и кинетическая энергия ультрахолодных нейтронов (УХН). Поэтому, чтобы описать поведение газа УХН в ловушках большого размера, необходимо учитывать гравитационный потенциал. В настоящей работе исследовано влияние гравитации на время жизни газа УХН в больших зеркальных и почти зеркальных ловушках. Удержание УХН в ядерных ловушках при наличии гравитации рассматривалось ранее /1/ в физически необоснованном предположении об изотропии распределения нейтронов по скоростям в объеме ловушки.

Исходя из уравнения баланса нейтронов в ловушке /1/, можно записать вероятность утечки нейтрона в единицу времени λ)

$$\lambda = N(t)^{-1} \iint \mu(\vec{v})(\vec{v}\vec{n})f(\vec{r},\vec{v},t)d^3vdS. \quad (1)$$

Здесь $N(t)$ - полное число нейтронов в ловушке в момент времени t ; $f(\vec{r},\vec{v},t)$ - число нейтронов в единице объема и интервале скоростей $\vec{v}, \vec{v} + d\vec{v}$; S - площадь внутренней поверхности

^{*)} Вероятность β -распада нейтрона не учитывается.

ти ловушки; \hat{n} - внешняя нормаль к этой поверхности; $\mu(\vec{v})$ - коэффициент поглощения нейтронов, имеющих скорость \vec{v} . В случае слабого поглощения УХН стенками ловушки, когда $\mu(\vec{v}) \ll 1$, можно приближенно представить $\mu(\vec{v})$ в виде /2/

$$\mu(\vec{v}) = 2\eta \frac{(v/v_{гр}) \cos \theta}{\sqrt{1 - (v/v_{гр})^2 \cos^2 \theta}} \quad (2)$$

где η - отношение мнимой части потенциала взаимодействия УХН с веществом к действительной; $v_{гр}$ - граничная скорость материала стенки; θ - угол падения нейтрона.

Рассмотрим зеркальную ловушку в виде параллелепипеда (куба). В зеркальной ловушке такой формы движение нейтрона можно описывать независимо по каждой из осей декартовой системы координат. Поэтому функцию распределения моноэнергетических нейтронов в рассматриваемом случае можно записать в виде произведения трех δ -функций

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t) = c(t) \delta(v_x^2 - v_{ox}^2) \delta(v_y^2 - v_{oy}^2) \delta(v_z^2 - v_{oz}^2 + 2gz). \quad (3)$$

Здесь v_x, v_y, v_z - компоненты скорости \vec{v} нейтрона в произвольной точке \vec{r} ; v_{ox}, v_{oy}, v_{oz} - компоненты скорости \vec{v}_0 у дна ловушки, принятого за нулевой уровень отсчета. Функция $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ удовлетворяет кинетическому уравнению и условию зеркальности отражения. Она соответствует тому, что гравитация действует только на вертикальную составляющую скорости нейтрона. Нетрудно показать, что функция распределения $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ отвечает неизотропному распределению нейтронов по скоростям, даже если распределение нейтронов у дна ловушки является изотропным /5/. Подставляя в (1) выражения для $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ и $\mu(\vec{v})$, получим для ловушки в виде параллелепипеда с высотой H и сторонами основания a и b вероятность утечи нейтронов в единицу времени при $v_{oz}^2 > 2gH$

$$\lambda_g = \frac{\eta g}{v_{oz} - \sqrt{v_{oz}^2 - 2gH}} \left[\frac{v_{oz}/v_{гр}}{\sqrt{1 - (v_{oz}/v_{гр})^2}} + \frac{\sqrt{v_{oz}^2 - 2gH}/v_{гр}}{\sqrt{1 - (v_{oz}^2 - 2gH)/v_{гр}^2}} \right] + 2\eta \left[\frac{1}{a} \frac{v_{oy}^2/v_{гр}}{\sqrt{1 - (v_{oy}^2/v_{гр})^2}} + \frac{1}{b} \frac{v_{ox}^2/v_{гр}}{\sqrt{1 - (v_{ox}^2/v_{гр})^2}} \right]. \quad (4)$$

При $v_{oz}^2 \ll 2gH$

$$\lambda_g = \frac{5\eta}{v_{гр}} \frac{1}{\sqrt{1 - (v_{oz}/v_{гр})^2}} + \frac{2\eta}{v_{гр}} \left[\frac{1}{a} \frac{v_{oy}^2}{\sqrt{1 - (v_{oy}/v_{гр})^2}} + \frac{1}{b} \frac{v_{ox}^2}{\sqrt{1 - (v_{ox}/v_{гр})^2}} \right]. \quad (5)$$

Без учета гравитации

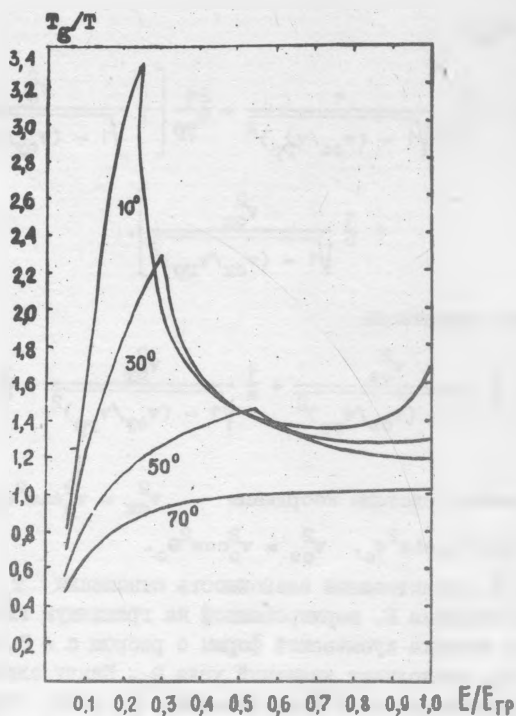
$$\lambda = \frac{2\eta}{v_{гр}} \left[\frac{1}{H} \frac{v_{oz}^2}{\sqrt{1 - (v_{oz}/v_{гр})^2}} + \frac{1}{a} \frac{v_{oy}^2}{\sqrt{1 - (v_{oy}/v_{гр})^2}} + \frac{1}{b} \frac{v_{ox}^2}{\sqrt{1 - (v_{ox}/v_{гр})^2}} \right] \quad (6)$$

В сферической системе координат $v_{ox}^2 = v_o^2 \sin^2 \theta_o \cos^2 \varphi_o$,

$$v_{oy}^2 = v_o^2 \sin^2 \theta_o \sin^2 \varphi_o, \quad v_{oz}^2 = v_o^2 \cos^2 \theta_o.$$

На рис. 1. представлена зависимость отношения $t_g/t = \lambda/\lambda_g$ от энергии нейтрона E , нормированной на граничную энергию $E_{гр}$. Рассмотрена ловушка кубической формы с ребром $a = 0,4$ м. Кривые приведены для нескольких значений угла θ_o . Ввиду слабой зависимости от φ_o , рассматривается одно значение $\varphi_o = \pi/4$. Вероятность утечки УН в единицу времени определяется частотой соударений с поверхностью и характером зависимости μ от скорости нейтрона (2). Оба эти фактора определяют ход кривых t_g/t при малых θ_o (почти отвесные траектории), когда велик вклад в утечку, обусловленный соударениями нейтронов с верхним основанием куба. В случае достаточно больших углов θ_o утечка УН определяется столкновениями с боковой поверхностью и основанием ловушки.

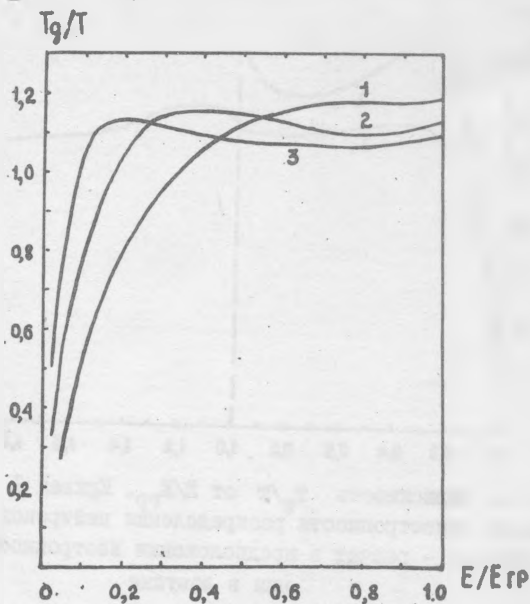
В идеальных зеркальных ловушках угловое распределение нейтронов не меняется с течением времени. В реальных ловушках за счет некоторой диффузности отражения нейтронов от стенок это распределение будет изменяться во времени, асимптотически приближаясь к изотропному у дна ловушки. При этом не следует ожидать появления изотропии в угловом распределении нейтронов при $z \neq 0$, так как изотропизирующему влиянию поверхности ловушки все



Р и с. 1. Зависимость T_g/T от E/E_{gp} при $\theta_0 = 10^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 70^\circ$; $\varphi_0 = 45^\circ$

время противостоит действие силы тяжести, нарушающее изотропию при пролете нейтрона между двумя последовательными соударениями со стенками. Вероятно, влияние гравитации на время хранения УХН в реальных (почти зеркальных) ловушках можно учесть, используя функции распределения $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ для зеркальных ловушек и полагая при этом угловое распределение нейтронов у дна ловушки изотропным. Точность такой аппроксимации, по-видимому, будет тем выше, чем больше время хранения нейтронов в эксперименте. Для учета влияния диффузности отражения нейтронов от стенок ловуш-

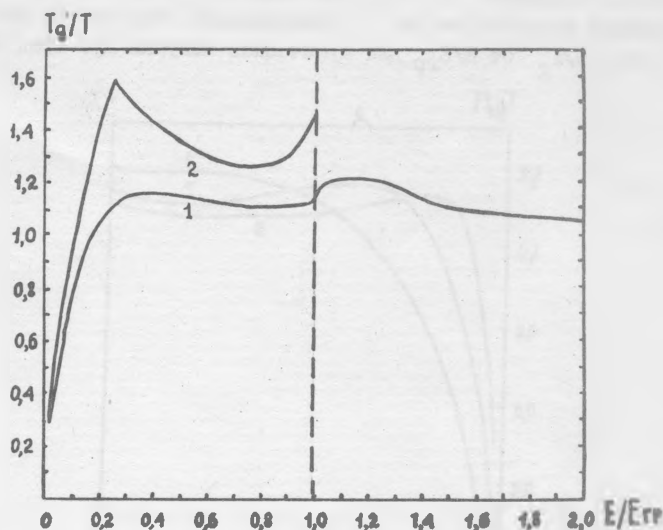
ки - параллелепипеда в такой модели проводится усреднение выражений в формулах (4) - (6) по углам θ_0 и φ_0 в условиях изотропии у дна /5/. На рис. 2 представлена зависимость отношения $T_g/T = \bar{\lambda}/\bar{\lambda}_g$ от $E/E_{гр}$ для кубической ловушки при трех значениях



Р и с. 2. Зависимость T_g/T от $E/E_{гр}$ для кубической ловушки с ребром $a = 0,8$ м (1); $a = 0,4$ м (2); $a = 0,2$ м (3)

ребра куба $a = 0,2$ м; $0,4$ м; $0,8$ м. На рис. 3 сравнивается зависимость T_g/T от $E/E_{гр}$ для кубической ловушки при $a = 0,4$ м (кривая 1) с аналогичной зависимостью (кривая 2), полученной согласно /1/ в предположении изотропии распределения нейтронов в ловушке. Как видно из рис. 3, кривые заметно отличаются.

Практический интерес представляет расчет времени жизни УХН в зеркальной ловушке цилиндрической формы. Функцию распределения моноэнергетических нейтронов в такой ловушке, ось симметрии которой совпадает с осью z , можно представить в виде



Р и с. 3. Зависимость T_g/T от $E/E_{гр}$. Кривая 1 - расчет в предположении неизотропности распределения нейтронов в объеме ловушки, кривая 2 - расчет в предположении изотропности их распределения в ловушке

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t) = c(t) \delta(v_z^2 - v_{0z}^2 + 2gz) \delta(v_p^2 - v_{0p}^2). \quad (7)$$

Здесь v_z и v_p - компоненты скорости \vec{v} в произвольной точке \vec{r} внутри цилиндра, v_p - проекция скорости нейтрона на плоскость, перпендикулярную оси z , v_{0z} и v_{0p} - компоненты скорости \vec{v}_0 у нижнего основания цилиндрической ловушки. В предположении изотропии распределения нейтронов у дна ловушки, имеющей радиус основания R и высоту H , проведен расчет $\bar{\lambda}_g$ при $v_0^2 > 2gH$ и при $v_0^2 \leq 2gH/5$. Кривые на рис. 2, рассчитанные для кубической ловушки, соответствуют также расчету для цилиндрических ловушек с $H = 0,8$ м и $R = 0,4$ м (кривая 1); $H = 0,4$ м и $R = 0,2$ м (кривая 2); $H = 0,2$ м и $R = 0,1$ м (кривая 3). На основании приведенных результатов можно сделать вывод, что в

довольно широком диапазоне энергии время жизни УХН увеличивается благодаря действию гравитации.

Интересно рассмотреть, как влияет гравитация на время жизни надбарьерных нейтронов ($E > E_{\text{Гр}}$) вблизи $E_{\text{Гр}}$. Вклад таких надбарьерных нейтронов полезно учитывать при точных измерениях с УХН в узком энергетическом интервале вблизи $E_{\text{Гр}}$. Расчет был проведен для медной кубической ловушки с ребром $a = 0,4$ м. Функция распределения моноэнергетических нейтронов была взята в виде (3). Угловое распределение нейтронов у дна ловушки предполагалось изотропным. В расчете использовалось точное выражение для $\mu(\vec{v})$, полученное нами согласно /3/ в предположении малости поглощения

$$\mu(\vec{v}) = \frac{4\gamma(\vec{v})}{[1 + \gamma(\vec{v})]^2 + \alpha^2(\vec{v})}, \quad (8)$$

где

$$\gamma(\vec{v}) = \sqrt{0,5(1 - v_{\text{Гр}}^2/v_{\text{н}}^2) + 0,5\sqrt{(1 - v_{\text{Гр}}^2/v_{\text{н}}^2)^2 + v_1^4/v_{\text{н}}^4}} \quad (9)$$

$$\alpha(\vec{v}) = \sqrt{-0,5(1 - v_{\text{Гр}}^2/v_{\text{н}}^2) + 0,5\sqrt{(1 - v_{\text{Гр}}^2/v_{\text{н}}^2)^2 + v_1^4/v_{\text{н}}^4}}. \quad (10)$$

Здесь $v_{\text{н}}$ — составляющая скорости нейтрона, нормальная к стенке ловушки; $v_1^2 = (\hbar^2 N b^2 / m^2 \lambda)$, где b^2 — мнимая часть амплитуды рассеяния, N — число ядер в см³, m — масса нейтрона.

Численные расчеты проводились с параметром $\delta = v_1^2/v_{\text{Гр}}^2$, который выбирался равным $\delta = 7,5 \cdot 10^{-4}$ согласно экспериментальным результатам для меди /4/. На рис. 3 представлена зависимость отношения $T_{\text{г}}/T$ от $E/E_{\text{Гр}}$. Наблюдаемый ход кривой в интервале $E/E_{\text{Гр}}$ от 1 до 1,4 определяется резким уменьшением утечки через верхнее основание ловушки под влиянием гравитации. При больших $E/E_{\text{Гр}}$ влияние гравитации становится несущественным и $T_{\text{г}}/T$ стремится к единице. Однако, начиная с $E/E_{\text{Гр}} \sim 1,4$ кривая на рис. 3 носит иллюстративный характер, так как здесь величина $\mu(\vec{v})$ не слишком мала и такие надбарьерные нейтроны не могут рассматриваться в рамках принятого в этой работе подхода (предполагается экспоненциальное во времени затухание плотности моноэнергетических нейтронов). Интересно отметить, что наиболее заметное возрастание времени жизни нейтрона в ловушке под действием гравитации

происходит именно для надбарьерных (на уровне дна) нейтронов, энергия которых близка к $E_{гр}$.

Поступила в редакцию
10 июля 1978 г.

Л и т е р а т у р а

1. В. К. Игнатович, Г. И. Терехов, Препринт ОИЯИ, Р4-9567, Дубна, 1976 г.
2. Ф. Л. Шапиро, Препринт ОИЯИ, Р3-7135, Дубна, 1973 г.
3. И. М. Франк, Препринт ОИЯИ, Р3-7810, Дубна, 1974 г.
4. А. Штейерл, Труды II Международной школы по нейтронной физике, Алуста, изд. ОИЯИ, Дубна, 1974 г.
5. А. В. Антонов, Б. И. Горячев, А. И. Исаков, Н. В. Линькова, Препринт ФИАН № 178, 1978 г.