Краткие сообщения по физике № 10 1978

ОТРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ РАЗМЫТОГО ФРОНТА ВОЛНЫ ИОНИЗАЦИИ

С. Н. Белов, А. А. Рухадзе

УДК 533.95

Решена задача отражения и преломления электромагнитных волн при нормальном падении на размытый фронт волны ионизации газа. Рассмотрен случай плавного нарастания плотности плазмы за фронтом ионизации. Внешнее магнитное поле произвольной напряженности считается нормальным к фронту ионизации.

Задача отражения и преломления электромагнитных волн от движущегося фронта ионизации газа при наличии внешнего продольного (т.е. нормального к фронту) магнитного поля была рассмотрена /I/ в предположении, что концентрация заряженных частиц изменяется в момент прихода ионизирующего излучения скачком. В настоящей работе считается, что под действием ионизирующего излучения концентрация плазмы, образованной за фронтом ионизации газа во внешнем продольном магнитном поле, нарастает плавно. Аналогичная задача в отсутствие внешнего магнитного поля рассматривалась в работах /2,3/.

Примем, что концентрация заряженных частиц $N_0(t,z)$ плавно увеличивается за фронтом ионизации, двигающего с постоянной скоростью $v_0 \ll c$ вдоль внешнего магнитного поля параллельного оси oz, причем $N_0 = 0$ при $z > v_0 t$. Для простоты значение диэлектрической проницаемости неионизованной среды для $z > v_0 t$ принимается равным единице. Тепловым движением электронов, их столкновениями, нелинейными эффектами, а также движением ионов в поле падающей волны пренебрегается. Считаем, что под действием источника ионизации заряженные частицы рождаются с нулевыми начальными скоростями.

Со стороны $z = +\infty$ на ионизованную область падает монохроматическая плоская волна $\vec{E}_0 \exp[-i\omega_0(z/c + t)]$ круговой поляризации, с волновым вектором параллельным оси oz. В движущейся системе координат $K'(x',y',z',t')$, относительно которой источник ионизации покоится ($z' = z - v_0 t$, $x' = x$, $y' = y$), концентрация электронов не зависит от времени, $N(z' > 0) = 0$, и продольная компонента скорости электронов равна $-v_0$.

Для плотности тока в плазме при этом имеем:

$$\vec{j}(z',t') = e \int_{z'}^{0} dz'' n(z'') \vec{v}(t',z',z''). \qquad (I)$$

Здесь $n(z'')dz''$ – концентрация электронов в плоскости $z'' > z'$, родившихся на участке $(z'', z'' + dz'')$, а $\vec{v}(t',z',z'')$ – скорость их вынужденного движения в поле электромагнитной волны. Принимая во внимание уравнения движения электронов

$$\frac{\partial \vec{v}(t',z',z'')}{\partial t'} - v_0 \frac{\partial \vec{v}(t',z',z'')}{\partial z'} = \frac{e}{m\gamma}\Big\{\vec{E} -$$

$$- \beta\,[\vec{e}_z, \vec{B}] + \frac{B_0}{c}\,[\vec{v}(t',z',z''), \vec{e}_z]\Big\}, \qquad (2)$$

$\beta = v_0/c$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, e – заряд, m – масса покоя электрона), а также учитывая соотношение

$$\vec{v}(t',z'',z'') = 0, \qquad (3)$$

в соответствии с предположением о нулевой начальной скорости электронов получаем из (I) уравнение для тока

$$\partial j/\partial z' = -i(k \mp k_B) j/\beta - (\omega_p^2/4\pi\gamma v_0)(E \pm i\beta B). \qquad (4)$$

При этом $j = j_x \pm i j_y$, $E = E_x \pm iE_y$, $B = B_x \pm iB_y$ соответственно для поляризаций $E_x = \pm iE_y$, $B_x = \pm iB_y$; $k_B = (eB_0/mc\gamma)$; $k = \omega/c$, а ω_p – плазменная частота.

С учетом уравнений электромагнитного поля

$$\partial E/\partial z = \pm kB, \quad \partial B/\partial z = \mp kE \mp i4\pi j/c, \qquad (5)$$

получаем

$$\partial^3 E/\partial(z')^3 - i(k_1 + k_2 + k_3)\partial^2 E/\partial(z')^2 - (k_1k_2 + k_1k_3 +$$

$$+ k_2k_3)\partial E/\partial z' + ik_1k_2k_3E = 0. \tag{6}$$

Здесь $k_n = (k_1, k_2, k_3)$ – корни уравнения

$$(k^2_{z'} - k^2)(k + \beta k_{z'} \mp k_B) + k^2_p(k + \beta k_{z'}) = 0, \tag{7}$$

$(k_p = \omega_p/c)$, которое в случае однородной плазмы ($k_p = \mathrm{const}$) совпадает с дисперсионным уравнением /I/.

При достаточно медленном изменении плотности плазмы, когда

$$|\partial k_n/\partial z'| \ll |k_n - k_m|^2, \ (n,m = 1,2,3,\ n \neq m), \tag{8}$$

выполняется приближение геометрической оптики и частные решения E_I, E_2, E_3 уравнения (6) можно записать в виде $(n = 1,2,3)$

$$E_n = C_n \exp\left\{-\int_0^{z'} dz''\left[\sum_{m\neq n}\frac{k_n'}{k_n - k_m} - ik_n\right]\right\}. \tag{9}$$

Вблизи точки поворота, в которой два корня (для определенности k_2 и k_3) совпадают, но неравенство (8) для $n = 1$ сохраняет силу, выражения (9) для частных решений E_2 и E_3 теряют силу. В этом случае можно перейти от уравнения (6) к уравнению второго порядка, вводя

$$E_{2,3} = \varphi E_1. \tag{10}$$

В результате для $y = \varphi'/\delta$, где

$$\delta = \exp\left\{-\frac{1}{2}\int_0^{z'} dz''\left(\frac{1}{k_1 - k_2} + \frac{1}{k_1 - k_3}\right)\left[-3k_1' + i(k_1 - k_2)\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times(k_1 - k_3)\right]\right\}, \tag{11}$$

получаем уравнение

$$y'' + y\left[\frac{(k_2 - k_3)^2}{4} - i\,\frac{k_1'(k_2^2 - k_3^2)}{(k_1 - k_2)(k_1 - k_3)} + i\,\frac{k_2' + k_3'}{2}\right] = 0. \quad (12)$$

Полагая, что вблизи точки поворота выражение в квадратных скобках изменяется линейно, можно построить точное решение уравнения (12), убывающее за точкой поворота, в области, где k_2 и k_3 становятся комплексными /2/. В асимптотическом пределе это решение для поля $E_{2,3}$ записывается в виде:

$$E_{2,3}(z') = C_{2,3}\left|\exp\left[-\int_0^{z'} dz''\left(\frac{k_2'}{k_2 - k_3} + \frac{k_2'}{k_2 - k_1} - ik_2\right) + \int_{z'}^{0} dz''\left(ik_2 - \frac{1}{2}\left(\frac{k_2'}{k_2 - k_3} + \frac{k_2'}{k_2 - k_1} + \frac{k_3'}{k_2 - k_3}\right)\right)\right] + i\exp\left[-\int_0^{z'} dz''\left(\frac{k_3'}{k_3 - k_2} + \frac{k_3}{k_3 - k_1} - ik_3\right) + \int_{z'}^{0} dz''\left(ik_3 - \frac{1}{2}\left(\frac{k_3'}{k_3 - k_2} + \frac{k_3'}{k_3 - k_1} + \frac{k_2'}{k_3 - k_2}\right)\right)\right]\right| \quad (13)$$

Естественно, это решение справедливо только в области применимости приближения геометрической оптики (8).

Выражения (9), (13) позволяют определить значение коэффициента отражения для различных поляризаций падающей волны.

1. Поляризация $E_x = -iE_y$. В этом случае ветвь колебаний, соответствующая корню k_1 и переходящая при $k_B \to 0$ в стационарную структуру тока и магнитного поля, не возбуждается. Падающая и отраженная волны соответствуют корням k_2 и k_3. На границе плазмы $(k_p \to 0)$ $k_2 = -k_1$, $k_3 = k$. При этом существует такое значение $\omega_p = \omega_{p_0}$, для которого $k_2 = k_3$. Если концентрация плазмы не достигает такой величины, то отраженной волны не возникает - возбуждается только волна соответствующая корню k_2. При наличии точки поворота $z' = z_1'$ (т.е. $k_2 = k_3$) коэффициент отражения равен

$$R = \left|\frac{E_3(0)}{E_2(0)}\right| = \exp\left\{-\int_{z_1'}^{0} dz'\left(\frac{k_3'}{k_3 - k_2} + \frac{k_2'}{k_1 - k_2} + \frac{1}{2}\frac{k_2'}{k_2 - k_1} - \frac{1}{2}\frac{k_3'}{k_3 - k_1}\right)\right\}. \quad (14)$$

Если при этом магнитное поле достаточно велико, так что $k_B \gg k$, то $|k_1| \gg |k_2|$, $|k_3|$ и

$$R \approx \sqrt{(1-\beta)/(1+\beta)}, \qquad (15)$$

что соответствует полному отражению энергии волнового пакета.

2) Поляризация $E_x = + iE_y$. Если при этом магнитное поле не очень велико, так что $k_B \ll k(1-\beta)$, то k_1 изменяется в пределах $\beta^{-1}(k_B - k) \div -k$ при изменении концентрации плазмы от нуля до бесконечности и соответствующая ветвь колебаний возбуждается. Отражение как и выше имеет место, если концентрация плазмы настолько велика, что появляется точка поворота ($k_2 = k_3$). При этом сохраняет силу соотношение (14).

В более сильном поле, когда $k_B > k(1-\beta)$ величина k_1 меняется при увеличении концентрации плазмы в пределах $-k \div -k/\beta$, ветви k_2 и k_3 изменяются от начальных значений $\beta^{-1}(k_B - k)$ и k соответственно. В отличие от рассмотренных выше случаев падающая волна возбуждает ветвь k_1, причем отсутствует точка поворота, в которой $k_2 = k_3$, вследствие чего отражения от плазмы не происходит. Если плазма за фронтом ионизации имеет высокую плотность, так что $k_1 = -k/\beta$, то преломленная волна переходит в стационарное периодическое распределение тока и магнитного поля.

Поступила в редакцию
18 июля 1978 г.

Литература

1. С. Н. Белов, А. А. Рухадзе, Краткие сообщения по физике ФИАН № 6, 23 (1978).
2. Г. И. Фредман, ЖЭТФ, 41, 226 (1961).
3. В. И. Семенова, Изв. ВУЗов. Радиофизика, 10, 1077 (1967).
4. В. Л. Гинзбург, Распространение электронных волн в плазме, М., "Наука", 1967 г.