

СОДЕРЖАНИЕ ПОЛНОГО ОПЫТА ДЛЯ ПРОЦЕССА
 $\gamma p \rightarrow p\pi^0$ В ОБЛАСТИ МАЛЫХ ЭНЕРГИЙ

В. Ф. Грушин, Е. М. Лейкин^{*)}, А. Я. Ротвайн^{**)}

УДК 539.122 + 539.126.34

Рассмотрен вопрос о наборе экспериментов, обеспечивающих однозначное (до общей фазы) определение комплексных мультиполюльных амплитуд процесса $\gamma p \rightarrow p\pi^0$ в s - и p -волновом приближении. Показано, что в этом случае полный опыт можно осуществить, практически не используя результаты дважды-поляризационных экспериментов.

Развитие экспериментальной методики допускает в настоящее время проведение широкого набора одно- и дважды-поляризационных экспериментов для процесса $\gamma p \rightarrow p\pi^0$, что позволяет рассчитывать на возможность расширения экспериментальной информации до объема полного опыта (ПО). Проведение феноменологического анализа процесса фоторождения пионов в условиях ПО представляется крайне желательным, поскольку для большинства известных мультиполюльных анализов характерны многозначность и нерегулярное поведение решений в области резонанса P_{33} (I236).

В работах /1,2/ детально исследован вопрос об объеме ПО, т.е. о числе измеряемых величин - наблюдаемых, которое обеспечивает однозначное определение амплитуд процесса. Согласно /2/, для ПО в представлении спиральных или поперечных амплитуд требуется проведение 9 экспериментов, в том числе пяти дважды-поляризационных. Таким образом, осуществление ПО требует чрезвычайно трудоемких исследований.

Однако, в области энергий гамма-квантов, не превышающих примерно 500 МэВ, основной вклад в процесс $\gamma p \rightarrow p\pi^0$ вносят лишь s -

^{*)} Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ.

и p -волновые амплитуды. Поэтому в феноменологическом анализе данных можно перейти к представлению мультипольных амплитуд и ограничиться низшими парциальными волнами. Поскольку мультипольные амплитуды являются функциями только энергии, при переходе к этим амплитудам изменится соотношение между числом экспериментов и числом наблюдаемых, в качестве которых выступают параметры угловых распределений, измеряемых в различных экспериментах. Нетрудно видеть, что каждому эксперименту теперь, вообще говоря, соответствует несколько наблюдаемых. Ниже приводятся угловые распределения для величин, измеряемых в группе экспериментов $S^{(2)}$, полученные в результате разложения на парциальные волны и ограничения s - и p -волнами:

$$\text{эксперимент } \sigma: d\sigma/d\Omega = b_0^0 + b_1^0 x + b_2^0 x^2; \quad (1)$$

$$\text{эксперимент } B: \Sigma d\sigma/d\Omega = (1 - x^2)b_2^0; \quad (2)$$

$$\text{эксперимент } R: P d\sigma/d\Omega = (1 - x^2)^{1/2}(b_4^0 + b_5^0 x); \quad (3)$$

$$\text{эксперимент } T: T d\sigma/d\Omega = (1 - x^2)^{1/2}(b_6^0 + b_7^0 x). \quad (4)$$

Здесь x — косинус угла вылета π^0 -мезона в системе центра масс. Таким образом, 4 эксперимента группы S позволяют получить восемь наблюдаемых b_j^0 ($j = 0, \dots, 7$), которые представляют собой билинейные комбинации четырех мультипольных амплитуд E_{0+} , M_{1-} , E_{1+} и M_{1+} для процесса $\gamma p \rightarrow \pi^0$ (в дальнейшем, соответственно, M_1 , M_2 , M_3 , M_4). Выражение b_j^0 через мультипольные амплитуды легко получить из таблиц работы /2/ и определить коэффициенты разложения эрмитовых форм ^{*)}, отвечающих b_j^0 , по базисным формам $R_{\alpha\beta}^M = (1/2)(M_\alpha M_\beta^* + M_\beta M_\alpha^*)$ и $I_{\alpha\beta}^M = (i/2)(M_\alpha M_\beta^* - M_\beta M_\alpha^*)$. Все формы, соответствующие наблюдаемым в группе S , линейно независимы.

Как известно, уже в представлении спиральных или поперечных амплитуд существовала эквивалентность ряда одно- и дважды-поляризационных экспериментов, а именно: $T \propto V T_y$, $R \propto V T_y$ и $V \propto T_y R_y$.

*) Мы используем классификацию и обозначение типов экспериментов в соответствии с работой /2/.

^{**) Аналогичное разложение приведено в работе /3/.}

В представлении мультипольных амплитуд число соотношений эквивалентности резко увеличивается. В частности, из четырех дважды-поляризационных экспериментов с линейно-поляризованным излучением дополнительную информацию к экспериментам группы S можно получить лишь из одного эксперимента ^{*)}. В простейшем случае это эксперимент группы BT:

$$\text{эксперимент } BT_x: Gd\sigma/d\Omega = (1 - x^2)b_8^0. \quad (5)$$

Таким образом, из четырех истинно дважды-поляризационных экспериментов BR и BT в случае s- и p-волнового приближения можно извлечь лишь одну новую линейно независимую наблюдаемую b_8^0 .

В группе дважды-поляризационных экспериментов TR дополнительную информацию (пять линейно независимых наблюдаемых b_k^0) дают два эксперимента:

$$\text{эксперимент } T_x R_x: T_x d\sigma/d\Omega = (1 - x^2)(b_9^0 + b_{10}^0 x); \quad (6)$$

$$\text{эксперимент } T_z R_x: I_x d\sigma/d\Omega = (1 - x^2)^{1/2}(b_{11}^0 + b_{12}^0 x + b_{13}^0 x^2). \quad (7)$$

Таким образом, в s- и p-волновом приближении полное число наблюдаемых b_n^0 в семи экспериментах достигает 14, т.е. близко к максимальному числу линейно-независимых квадратичных форм. Распределение наблюдаемых b_n^0 по различным экспериментам суммируется в табл. I.

Число искомым действительных и мнимых частей мультипольных амплитуд процесса $\gamma p \rightarrow p \pi^0$ равно семи. Поэтому попытаемся сначала выяснить, какие неоднозначности могут сохраниться в группе S из четырех экспериментов (σ , B, R и T). Для этого перейдем к новым амплитудам W_k :

$$W_1 = M_1 - M_2 + 3M_3 + M_4, \quad W_2 = M_1 + M_2 - 3M_3 - M_4. \quad (8)$$

$$W_3 = M_1 - 1(M_2 + 3M_3 - M_4), \quad W_4 = M_1 - 1(M_2 + 2M_4).$$

^{*)} Эксперименты с циркулярно-поляризованным излучением не рассматриваются нами, в частности, из-за того, что это излучение пока еще не нашло широкого применения.

Таблица I

Содержание различных экспериментов для процесса $\mu\text{-}\mu^+\text{r}$

| Неполяризованная мишень | | Поляризованная мишень | |
|--------------------------------|--|--|---|
| неполяризованный пучок | линейно-поляризованный пучок | неполяризованный пучок | линейно-поляризованный пучок |
| $\sigma [b_0^0, b_1^0, b_2^0]$ | $B [b_3^0]$ | $T [b_6^0, b_7^0]$ | $BT_x [b_4^0, b_5^0]$ |
| | | | $BT_y [b_4^0, b_5^0]$ |
| | | | $BT_z [b_8^0]$ |
| $R [b_4^0, b_5^0]$ | $BR_x [b_8^0, b_6^0, b_7^0 + b_8^0]$ | $T_x R_x [b_9^0, b_{10}^0]$ | трижды-поляризованные эксперименты (не рассматривались) |
| | | $T_x R_z [b_3^0, b_9^0, b_{10}^0]$ | |
| | $BR_y [b_6^0, b_7^0]$ | $T_y R_y [b_3^0]$ | |
| | | $T_x R_x [b_{11}^0, b_{12}^0, b_{13}^0]$ | |
| $BR_z [b_6^0, b_7^0 + b_8^0]$ | $T_z R_z [b_1^0 + b_{12}^0, b_0^0 + b_2^0 + b_{13}^0, b_{12}^0, b_{13}^0]$ | | |

В табл. 2 приведены коэффициенты разложения всех линейно-независимых наблюдаемых b_n^0 новым базисным формам: $R_{\alpha\beta}^W = (1/2) \times (W_\alpha W_\beta^* + W_\beta W_\alpha^*)$ и $I_{\alpha\beta}^W = (i/2)(W_\alpha W_\beta^* - W_\beta W_\alpha^*)$. Для наблюдаемых группы 3 нетрудно получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
 R_{11}^W &= W_1 W_1^* = b_0^0 + b_1^0 + b_2^0; \\
 R_{22}^W &= W_2 W_2^* = b_0^0 - b_1^0 + b_2^0; \\
 R_{33}^W &= W_3 W_3^* = b_0^0 - b_3^0 - b_4^0 + b_6^0; \\
 R_{44}^W &= W_4 W_4^* = b_0^0 + b_3^0 - b_4^0 - b_6^0;
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 2R_{13}^W - R_{12}^W &= b_0^0 + b_1^0 + b_2^0 - b_4^0 - b_5^0 + b_6^0 + b_7^0; \\
 2R_{14}^W - R_{12}^W &= b_0^0 + b_1^0 + b_2^0 - b_4^0 - b_5^0 - b_6^0 - b_7^0; \\
 2R_{23}^W - R_{12}^W &= b_0^0 - b_1^0 + b_2^0 - b_4^0 + b_5^0 + b_6^0 - b_7^0; \\
 2R_{24}^W - R_{12}^W &= b_0^0 - b_1^0 + b_2^0 - b_4^0 + b_5^0 - b_6^0 + b_7^0.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Коэффициенты разложения наблюдаемых b_i^0 по базисным формам $R_{\alpha\beta}^W$ и $I_{\alpha\beta}^W$

| | R_{11}^W | R_{12}^W | R_{13}^W | R_{14}^W | R_{22}^W | R_{23}^W | R_{24}^W | R_{33}^W | R_{34}^W | R_{44}^W | I_{12}^W | I_{13}^W | I_{14}^W | I_{23}^W | I_{24}^W | I_{34}^W |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| b_0^0 | 1/2 | 1 | -1/2 | -1/2 | 1/2 | -1/2 | -1/2 | 1/2 | | 1/2 | | | | | | |
| b_1^0 | 1/2 | | | | -1/2 | | | | | | | | | | | |
| b_2^0 | | -1 | 1/2 | 1/2 | | 1/2 | 1/2 | -1/2 | | -1/2 | | | | | | |
| b_3^0 | | | 1/2 | -1/2 | | 1/2 | -1/2 | -1/2 | | 1/2 | | | | | | |
| b_4^0 | 1/2 | 1 | -1/2 | -1/2 | 1/2 | -1/2 | -1/2 | | | | | | | | | |
| b_5^0 | 1/2 | | -1/2 | -1/2 | -1/2 | 1/2 | 1/2 | | | | | | | | | |
| b_6^0 | | | 1/2 | -1/2 | | 1/2 | -1/2 | | | | | | | | | |
| b_7^0 | | | 1/2 | -1/2 | | -1/2 | 1/2 | | | | | | | | | |
| b_8^0 | | | | | | | | | | | | -1/2 | 1/2 | -1/2 | 1/2 | -1 |
| b_9^0 | | | | | | | | | | | | 1/2 | -1/2 | 1/2 | -1/2 | |
| b_{10}^0 | | | 1/2 | -1/2 | | 1/2 | -1/2 | -1/2 | | 1/2 | | 1/2 | -1/2 | -1/2 | 1/2 | |
| b_{11}^0 | | | 1/2 | 1/2 | | 1/2 | 1/2 | -1/2 | | -1/2 | | | | | | |
| b_{12}^0 | 1/2 | | | | -1/2 | | | | | | | -1/2 | -1/2 | -1/2 | -1/2 | |
| b_{13}^0 | 1/2 | | -1/2 | -1/2 | 1/2 | -1/2 | -1/2 | 1/2 | | 1/2 | 1 | -1/2 | -1/2 | 1/2 | 1/2 | |

Как легко видеть, формулы (9) позволяют найти модули четырех амплитуд \overline{W}_k . Для нахождения трех относительных фаз $\varphi_{\alpha\beta}^{\overline{W}} = \varphi_{\beta}^{\overline{W}} - \varphi_{\alpha}^{\overline{W}}$ помимо формул (9) и (10) необходимо использовать следующие соотношения:

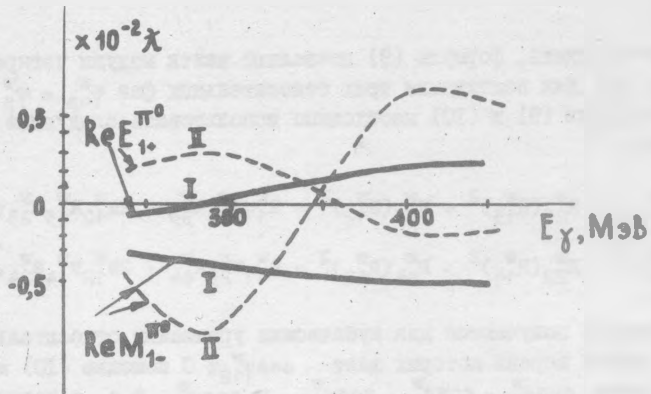
$$\begin{aligned} R_{11}^{\overline{W}}(R_{23}^{\overline{W}})^2 + R_{22}^{\overline{W}}(R_{13}^{\overline{W}})^2 + R_{33}^{\overline{W}}(R_{12}^{\overline{W}})^2 &= R_{11}^{\overline{W}}R_{22}^{\overline{W}}R_{33}^{\overline{W}} + 2R_{12}^{\overline{W}}R_{13}^{\overline{W}}R_{23}^{\overline{W}}; \\ R_{11}^{\overline{W}}(R_{24}^{\overline{W}})^2 + R_{22}^{\overline{W}}(R_{14}^{\overline{W}})^2 + R_{44}^{\overline{W}}(R_{12}^{\overline{W}})^2 &= R_{11}^{\overline{W}}R_{22}^{\overline{W}}R_{44}^{\overline{W}} + 2R_{12}^{\overline{W}}R_{14}^{\overline{W}}R_{24}^{\overline{W}}. \end{aligned} \quad (II)$$

В результате получаются два кубических уравнения относительно $R_{12}^{\overline{W}}$, общий корень которых дает $\cos\varphi_{12}^{\overline{W}}$. С помощью (10) можно затем найти $\cos\varphi_{13}^{\overline{W}}$, $\cos\varphi_{14}^{\overline{W}}$, $\cos\varphi_{23}^{\overline{W}}$ и $\cos\varphi_{24}^{\overline{W}}$, т.е. с точностью до знака величины соответствующих фаз. Благодаря существованию двух уравнений связи: $\varphi_{12}^{\overline{W}} = \varphi_{13}^{\overline{W}} - \varphi_{23}^{\overline{W}}$ и $\varphi_{12}^{\overline{W}} = \varphi_{14}^{\overline{W}} - \varphi_{24}^{\overline{W}}$, определенность в знаках фаз сводится лишь к возможной перемене знака у всех фаз одновременно. Существование этой неоднозначности легко усмотреть с помощью табл. 2, поскольку наблюдаемые $b_{0, \dots, b_7}^{\circ}$ сохраняются при замене всех \overline{W}_k на \overline{W}_k^* .

Итак, содержание экспериментов группы 3, строго говоря, не соответствует П0, так как наблюдаемые, извлекаемые из экспериментов (I) - (4), не обеспечивают устранения всех неоднозначностей.

Нетрудно видеть, что для снятия оставшейся неоднозначности надо добавить наблюдаемую b_{11}° , которая меняется при комплексном сопряжении \overline{W}_k . Этому требованию отвечают все наблюдаемые из дважды-поляризационных экспериментов, кроме b_{11}° . Особенно выгодно использовать b_8° или b_9° , поскольку в этом случае достаточно знать только их знак, что требует проведения лишь относительно грубых измерений. Однако, даже требование грубого дважды-поляризационного эксперимента может оказаться чисто формальным, поскольку выбор одного из двух решений не представляет затруднений, как видно из рис. I. На этом рисунке изображены реальные части мультипольных амплитуд $\overline{W}_{1-}^{\circ}$ и $\overline{W}_{1+}^{\circ}$, отвечающие двум решениям. В качестве решения I взяты теоретические предсказания работы /4/; решения II получены заменой \overline{W}_k на \overline{W}_k^* .

Поступила в редакцию
14 августа 1978 г.



Р и с. I.

Л и т е р а т у р а

1. G. R. Goldstein, J. F. Owens, J. P. Rutherford, M. J. Moravcsik, Nucl. Phys., B80, 164 (1974); G. Goldstein et al., Let. Nuovo Cim., 11, 137 (1974).
2. I. S. Barker, A. Donnachie, I. K. Storrow, Nucl. Phys., B95, 347 (1975).
3. A. Müllensiefen, W. Schmidt, Karlsruhe preprint 3/67-3, Karlsruhe (1967).
4. F. A. Berends, A. Donnachie, D. L. Weaver, Nucl. Phys., B4, 54 (1969).