Краткие сообщения по физике № 12 1978

ГЕНЕРАЦИЯ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

А. Б. Владимирский, В. П. Силин, А. Н. Стародуб

УДК 533.95

Определены поле и плотность потока излучения на частоте третьей гармоники, возникающие благодаря нелинейному эффекту утроения частоты в окрестности плазменного резонанса.

Экспериментальные исследования спектра отраженного и рассеянного плазмой излучения мощных лазеров ставят перед теорией задачу определения интенсивностей излучения из плазмы различных гармоник лазерного света. В настоящем сообщении мы изложим результаты теории излучения третьей гармоники, связанные с эффектом усиления в окрестности плазменного резонанса p-компоненты падающего на неоднородную плазму электромагнитного излучения. Теория излучения второй гармоники, связанная с таким эффектом, строилась в работах /I/.

Представляя электрическое поле в виде

$$\vec{E} = \vec{E}_1 e^{-i\omega t} + \vec{E}_2 e^{-i2\omega t} + \vec{E}_3 e^{-i3\omega t} + \text{к.с.}, \qquad (I)$$

с помощью уравнений гидродинамики холодной плазмы получаем следующее материальное уравнение третьей гармоники:

$$\frac{4\pi \vec{j}_3}{3i\omega} = \frac{4\pi e^2 n}{9m\omega^2}\vec{E}_3 - \frac{4\pi e^3}{6m^2\omega^4}\left\{\frac{1}{3}\, n\nabla(\vec{E}_1\vec{E}_2) + \vec{E}_2 \operatorname{div}(n\vec{E}_1) + \frac{1}{2}\,\vec{E}_1 \operatorname{div}(n\vec{E}_2)\right\} +$$
$$+ \frac{4\pi e^4}{6m^3\omega^6}\left\{\frac{1}{6}\, n\nabla(\vec{E}_1\nabla\vec{E}_1^2) + \frac{1}{2}\operatorname{div}(n\vec{E}_1)\nabla\vec{E}_1^2 + \vec{E}_1 \operatorname{div}\left[\frac{1}{4}\, n\nabla\vec{E}_1^2 + \vec{E}_1 \operatorname{div}(n\vec{E}_1)\right]\right\}. \qquad (2)$$

Здесь $\vec{j}_3$ – плотность тока третьей гармоники, n – плотность числа электронов, $e = |e|$ – заряд электрона, m – его масса.

Для дальнейшего мы используем результат Денисова /2/, согласно которому в плазме с диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon(x) = -(x/L) + i(\nu/\omega) \qquad (\omega_{Le}^2(x) = \omega^2(1 + x/L)) \tag{3}$$

вблизи точки плазменного резонанса ($x = 0$) поле p-поляризованной волны, падающей на плазму под углом θ_o ($\sim\exp\{i(\omega/c)y\sin\theta_o\}$), имеет следующий вид:

$$E_{1x} = \frac{\sin\theta_o}{(x/L) - i(\nu/\omega)} H_1(0), \tag{4}$$

$$E_{1y} = iH_1(0)\sin^2\theta_o(L\omega/c)\left\{\ln\left[\sin\theta_o(\omega/2c)(x - i\nu L/\omega)\right] + C\right\}.$$

Здесь C – постоянная Эйлера, а $H_1(0)$ – напряженность магнитного поля p-поляризованной волны основной частоты в точке плазменного резонанса.

С помощью формул (2), (3) и (4) для магнитного поля H_3 третьей гармоники, имеющего, как и магнитное поле основной частоты, лишь одну z-компоненту, можно записать следующее уравнение:

$$H_3''(x) + (\omega^2/c^2L)(x_3 - x)H_3 = F_3, \tag{5}$$

где $x_3 = L(8 - 9\sin^2\theta_o) + i(\nu/3\omega)L$, а

$$F_3 = -\frac{12e^2\sin^4\theta_o H_1^3(0)L^3}{m^2c^2\omega^2[x - i(\nu/\omega)L]^5}\left[\ln\left\{\frac{1}{2}\sin\theta_o\frac{\omega}{c}\left[x - i\frac{\nu}{\omega}L\right]\right\} + C + \frac{5}{12}\right]. \tag{6}$$

Решение уравнения (5) позволяет получить следующее выражение для магнитного поля третьей гармоники в вакууме ($x < -L$):

$$H_3 = -\frac{\pi e^2\sin^4\theta_o}{2m^2c^2\omega^2}H_1^3(0)\left(\frac{L\omega}{c}\right)^3 \times$$

$$\times\exp\left\{-i3\omega t - i3(\omega/c)\left[(x + L)\cos\theta_o - y\sin\theta_o\right] + \right.$$

$$\left. + i\frac{\omega L}{c}\left[18\cos^3\theta_o - \frac{2}{3}(8 - 9\sin^2\theta_o)^{3/2}\right] - \frac{\nu L}{c}\left[\cos\theta_o + \frac{2}{3}\sqrt{8 - 9\sin^2\theta_o}\right]\right\}\times$$

$$\times\frac{(8 - 9\sin^2\theta_o)^{7/4}}{(3\cos\theta_o)^{1/2}}\left\{\ln\left[\frac{\sin\theta_o}{2\sqrt{8 - 9\sin^2\theta_o}}\right] + \frac{5}{2} - i\frac{\pi}{2}\right\} + \text{к.с.} \tag{7}$$

Имея в виду результат работ /I/ для магнитного поля второй гармоники в вакууме:

$$H_2 = \frac{\pi e\sin^3\theta_o}{mc\omega} E_1^2(0)\left(\frac{L\omega}{c}\right)^2 \times$$

$$\times \exp\left\{-i2\omega t - i2(\omega/c)\left[(x+L)\cos\theta_o - y\sin\theta_o\right] + \right.$$

$$+ i\frac{\omega L}{c}\left[\frac{16}{3}\cos^3\theta_o - \frac{2}{3}(3-4\sin^2\theta_o)^{3/2}\right] - \frac{\nu L}{c}\left[\cos\theta_o + \frac{1}{2}\sqrt{3-4\sin^2\theta_o}\right]\times$$

$$\times \frac{(3-4\sin^2\theta_o)^{3/4}}{(2\cos\theta_o)^{1/2}}\left\{\ln\left[\frac{\sin\theta_o}{2\sqrt{3-4\sin^2\theta_o}}\right] + 2 - i\frac{\pi}{2}\right\} + \text{к.с.}, \qquad (8)$$

можно теперь выразить плотность потока энергии излучения третьей гармоники q_3 через плотность потока второй гармоники q_2:

$$q_3 = q_2(q_2/q_c)^{1/2} f(\theta_o, \nu L/c), \qquad (9)$$

где $q_c = n_c mc^3$ - плотность потока энергии покоя ультрарелятивистских электронов с плотностью, равной критической $(n_c = m\omega^2/4\pi e^2)$, а

$$f\left(\theta_o, \frac{\nu L}{c}\right) = \frac{\cos^{1/2}\theta_o(8-9\sin^2\theta_o)^{7/2}}{6\pi\sin\theta_o(3-4\sin^2\theta_o)^{9/4}}\times$$

$$\times \exp\left\{\frac{\nu L}{c}\left[\cos\theta_o + \frac{3}{2}\sqrt{3-4\sin^2\theta_o} - \frac{4}{3}\sqrt{8-9\sin^2\theta_o}\right]\right\}\times$$

$$\times\left\{\left[\ln\frac{\sin\theta_o}{2\sqrt{8-9\sin^2\theta_o}} + \frac{5}{2}\right]^2 + \frac{\pi^2}{4}\right\}\left\{\left[\ln\frac{\sin\theta_o}{2\sqrt{3-4\sin^2\theta_o}} + 2\right]^2 + \frac{\pi^2}{4}\right\}^{-3/2} \qquad (10)$$

Имея в виду, что $q_c = (1{,}06\ \text{мкм}/\lambda)^2\cdot 2{,}5\cdot 10^{18}$ Вт/см^2, можно утверждать, что, если при облучении плазмы излучением неодимового лазера плотность потока второй гармоники, например, будет составлять 10^8 Вт/см^2, то в условиях малого тормозного поглощения плотность потока энергии третьей гармоники составит $1{,}4(\sin\theta_o)^{-1}\times 10^4$ Вт/см^2. Увеличение плотности потока энергии второй гармоники с увеличением плотности потока энергии первичного лазерного излучения q_1 пропорционально q_1^2, а $q_3 \sim q_1^3$.

В заключение заметим, что приведенные формулы получены в приближении частоты столкновений, независящей от пространственной координаты. Если же рассмотреть модель, в которой $\nu(x) = \nu(1 + x/L)$, то в правой части формулы (7) возникает множитель:

$$\exp\left\{-(\nu L/c)g_3(\theta_0)\right\} \equiv$$

$$\equiv \exp\left\{-(\nu L/15c)\left[\cos\theta_0(633 - 1296\sin^2\theta_0 + 648\sin^4\theta_0) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - (8 - 9\sin^2\theta_0)^{3/2}(28 - 24\sin^2\theta_0)\right]\right\}, \qquad (11)$$

а в правой части (8) множитель:

$$\exp\left\{-(\nu L/c)g_2(\theta_0)\right\} \equiv$$

$$\equiv \exp\left\{-(\nu L/15c)\left[\cos\theta_0(113 - 256\sin^2\theta_0 + 128\sin^4\theta_0) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - (3 - 4\sin^2\theta_0)^{3/2}(22 - 16\sin^2\theta_0)\right]\right\}. \qquad (12)$$

В результате правая часть формулы (10) должна быть домножена на величину:

$$\exp\left\{-2(\nu L/c)\left[(3/2)g_2(\theta_0) - g_3(\theta_0)\right]\right\}, \qquad (13)$$

что количественно приводит к малым изменениям. Например, при углах падения лазерного излучения $\theta_0 \ll 1$ имеем $g_2(0) = -0{,}088$, а $g_3(0) = -0{,}038$.

Поступила в редакцию
2 октября 1978 г.

Л и т е р а т у р а

1. Н. С. Ерохин, В. Е. Захаров, С. С. Моисеев, ЖЭТФ, 56, 179 (1969); А. В. Виноградов, В. В. Пустовалов, ЖЭТФ, 63, 940 (1972); N. S. Erokhin, S. S. Moiseev, V. V. Mukhin, Nucl.

Fusion, 14, 333 (1974); Н. С. Ерохин, С. С. Моисеев, Вопросы теории плазмы, вып. 7, стр. 146, Атомиздат, М., 1973 г.
2. Н. Г. Денисов, ЖЭТФ, 31, 609 (1956).