Краткие сообщения по физике № 12 1978

ОДНОМЕРНЫЕ СПЕКТРЫ СЛАБОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ

В. П. Силин, В. Т. Тихончук

УДК 533.95

Найдены спектры плазменной турбулентности в условиях слабой параметрической связи ленгмюровской и ионно-звуковой волн. Показано, что скорость поглощения энергии накачки существенно зависит от соотношения между шириной инкремента неустойчивости и шагом спектральной перекачки.

В настоящее время имеется ряд различных результатов по теории поглощения света неизотермической плазмой в условиях слабой параметрической связи волн /I,2,3/. Ниже мы приведем выражения для спектров плазменной турбулентности, уровня шума и коэффициента нелинейного поглощения, полученные в одномерной модели, детализирующие теорию /I/ и позволяющие провести сравнение с другими работами /2,3/.

Исходим из кинетических уравнений (см. /4/) для плотности энергии ленгмюровских (W_l) и ионно-звуковых (W_s) волн:

$$(\tilde{\gamma} - \gamma)W_l(k) = (\omega_{Le}\gamma_s/\omega_s)\left[W_s(-2k - \Delta k \operatorname{sign} k) - W_s(2k - \Delta k \operatorname{sign} k)\right] \tag{I}$$

$$\gamma_s W_s(k) = (\omega_{Li}/48 r_D n_e T_e)\Big\{(\omega_s/\omega_{Le}) W_l\left(\frac{k + \Delta k \operatorname{sign} k}{2}\right) W_l\left(\frac{-k + \Delta k \operatorname{sign} k}{2}\right)$$

$$+ W_s(k)\left[W_l\left(\frac{k + \Delta k \operatorname{sign} k}{2}\right) - W_l\left(\frac{-k + \Delta k \operatorname{sign} k}{2}\right)\right]\Big\}, \tag{2}$$

где $\tilde{\gamma}(k)$, $\gamma_s(k)$ – декременты затухания ленгмюровской и ионно-звуковой волн, $\omega_l(k)$, $\omega_s(k)$ – их частоты, $\gamma(k)$ – инкремент неустойчивости ленгмюровских волн, r_D, n_e, T_e – дебаевский радиус, плотность и температура электронов, $\Delta k = (2\omega_{Li}/3\omega_{Le} r_D)$ – характерный масштаб спектральной перекачки, $\omega_{Li}(\omega_{Le})$ – плазменная частота ионов (электронов). Формулы (I), (2) получены в предположении, что размер области неустойчивости δk велик по сравнению с естественной шириной резонанса, определяющейся декрементами затухания ленгмюровских и ионно-звуковых волн:

$$\delta k > \max(\tilde{\gamma}, \gamma_s)/(\partial\omega_1/\partial k). \qquad (3)$$

В условиях малости размера зоны неустойчивости по сравнению с шагом перекачки

$$\delta k < \Delta k \qquad (4)$$

реализуется сателлитная перекачка шума по спектру и возникает дискретный спектр турбулентности /I,5/. Максимумы сателлитов расположены в точках $k_n^{(1)} = (-1)^n(k_d - n\Delta k)$, $(n \geqslant 0)$; $k_n^{(s)} = (-1)^{n-1}[2k_d - (2n-1)\Delta k]$, $(n > 0)$, где k_d – положение максимума инкремента неустойчивости. Описывая внутреннюю структуру сателлитов переменной ξ, согласно формулам $W_1(k_n^{(1)} + \xi) = w_n^{(1)}((-1)^n\xi)$, $W_s(k_n^{(s)} + 2\xi) = w_n^{(s)}((-1)^{n-1}\xi)$, и предполагая, что число сателлитов велико, из системы (I), (2) получаем:

$$w_n^{(1)}(\xi) = -(\omega_{Le}\gamma_s/\tilde{\gamma}\omega_s)(dw_n^{(s)}(\xi)/dn);$$
$$w_n^{(s)}(\xi)\,\frac{d^2 w_n^{(s)}(\xi)}{dn^2} + 2\,\frac{\gamma_s}{\tilde{\gamma}}\left[\frac{dw_n^{(s)}(\xi)}{dn}\right]^2 = 96 n_e T_e r_D\,\frac{\tilde{\gamma}\omega_s}{\omega_{Li}\omega_{Le}}\,w_n^{(s)}(\xi). \qquad (5)$$

Из уравнения (I) следует также граничное условие

$$\Gamma(\xi) w_0^{(1)}(\xi) = (\omega_{Le}\gamma_s/\omega_s) w_1^{(s)}(\xi), \qquad (6)$$

где $\Gamma(\xi) \equiv \gamma(k_d + \xi)$. Решая (5) с граничным условием (6), получаем

$$w_n^{(s)}(\xi) = 48 n_e T_e r_D (\tilde{\gamma}^2\omega_s/\omega_{Li}\omega_{Le})(\tilde{\gamma} + 4\gamma_s)^{-1}[N(\xi) - n]^2; \qquad (7)$$

$$w_n^{(1)}(\xi) = 96 n_e T_e (r_D/\omega_{Li})\tilde{\gamma}\gamma_s(\tilde{\gamma} + 4\gamma_s)^{-1}[N(\xi) - n]. \qquad (8)$$

Постоянная интегрирования $N(\xi)$ определяет число сателлитов и их форму: $N(\xi) = 2\Gamma(\xi)/\tilde{\gamma}$.

В квазистационарном состоянии уровень турбулентности $E_l^2/8\pi = (2\pi)^{-1}\sum_n \int d\varkappa w_n^{(1)}(\varkappa) \simeq (96/\pi)Cn_eT_e(\gamma^2/\tilde{\gamma}\omega_{Li})\gamma_s\delta k r_D(\tilde{\gamma}+4\gamma_s)^{-1}$ не изменяется с течением времени (здесь C определяется условием $\int d\varkappa\Gamma(\varkappa) \equiv C\gamma^2\delta k,\ \gamma = \max\gamma(k)$), поэтому мощность Q, "вкачиваемая" источником в первый сателлит

$$Q = (2\pi)^{-1}\int d\varkappa\Gamma(\varkappa)w_o^{(1)}(\varkappa) = (96/\pi)Cn_eT_e(\gamma^2/\omega_{Li})\delta k r_D\gamma_s(\tilde{\gamma}+4\gamma_s)^{-1}, \tag{9}$$

передается за счет столкновений частицам плазмы: $Q = \tilde{\gamma}E_l^2/4\pi$.

В условиях параметрической неустойчивости ширина инкремента принимает минимально возможное значение, определяющееся величиной γ:

$$\delta k \simeq \gamma/(\partial\omega_l/\partial k) \simeq (\gamma/3k_d r_D^2\omega_{Le}). \tag{10}$$

Поэтому для Q и эффективной частоты столкновений получаем

$$\nu_{ef}E_o^2/4\pi \equiv Q = (32/\pi)Cn_eT_e(\gamma^3\gamma_s/\omega_{Le}\omega_s)(\tilde{\gamma}+4\gamma_s)^{-1}, \tag{11}$$

где E_o – напряженность поля накачки. Для распадной неустойчивости $t \to l + s$ величина $C = 8/3$.

В условиях сильностолкновительной плазмы $\tilde{\gamma} > 4\gamma_s(k_d)$ формула (11) получена впервые и определяет скорость поглощения энергии накачки во всем практически интересном интервале инкрементов $\tilde{\gamma} < \gamma < \omega_s$. Область $\gamma, \gamma_s < \tilde{\gamma}$ не интересна с точки зрения достижения больших ν_{ef}. В этом случае возникают лишь две линии ленгмюровских волн ($n = 0,\ 1$) и одна звуковая волна ($n = 1$). Величина ν_{ef} оказывается порядка γ, что меньше $\tilde{\gamma}$.

В плазме с малым числом столкновений $\tilde{\gamma} < 4\gamma_s$ формула (11) была получена в работе /1/. Ее область применимости $\gamma_s < \gamma < \omega_s$ ограничена снизу условием (3). При $\tilde{\gamma},\ \gamma < \gamma_s$ размер зоны неустойчивости δk оказывается меньше естественной ширины резонанса. В этом случае, полагая в кинетических уравнениях для $W_l(k)$ и $W_s(k)$ (см. /4/ $\delta(\omega_l - \omega_l' - \omega_s'') \simeq \gamma_s^{-1}$, получаем

$$\begin{aligned} W_{l,n-1} - W_{l,n+1} &= 16n_eT_e(\tilde{\gamma}\gamma_s/\omega_{Le}\omega_s); \\ W_{s,n} &\simeq (\omega_{Le}\omega_s/16n_eT_e\gamma_s^2)W_{l,n-1}W_{l,n}, \end{aligned} \tag{12}$$

где $W_{l,n}$ и $W_{s,n}$ – интенсивности ленгмюровских и звуковых сателлитов. Из (I2) получаем:

$$W_{l,n} = 8n_eT_e(\tilde{\gamma}\gamma_s/\omega_{Le}\omega_s)(N - n), \qquad (I3)$$

где число сателлитов N определяется условием $N = 2\gamma/\tilde{\gamma}$. Зная $W_{l,n}$, находим вкачиваемую в плазму мощность

$$Q = 16n_eT_e(\gamma^2\gamma_s/\omega_{Le}\omega_s). \qquad (I4)$$

В частном случае распадной параметрической неустойчивости $t \to l + s$ из формул (I3), (I4) следует результат работы /2/. Действительно, подставляя в качестве γ выражение $\gamma = (1/16)\times$ $\times(\omega_{Le}\omega_s/\gamma_s)(E_o^2/4\pi n_eT_e)$, справедливое при $\tilde{\gamma}$, $\gamma < \gamma_s$, получим из (I3), (I4)

$$W_{l,n} = E_o^2/4\pi - 8n_eT_e(\tilde{\gamma}\gamma_s/\omega_{Le}\omega_s)n;$$

$$\nu_{ef} = (1/16)(\omega_{Le}\omega_s/\gamma_s)(E_o^2/4\pi n_eT_e). \qquad (I5)$$

Эти выражения с точностью до численных коэффициентов совпадают с формулами (7) – (I0) работы /2/. Таким образом, из приведенного сравнения следует, что результаты работы /2/ ограничены областью $\tilde{\gamma}$, $\gamma < \gamma_s$. Это дополнительное ограничение, не замеченное авторами /2/, связано с их исходным предположением об узости спектральных линий шума. Отметим также, что при $\gamma_s \simeq \omega_s$ формулы (I5) переходят в рассмотренный в /5/ случай насыщения параметрической неустойчивости в изотермической плазме.

Теперь обратимся к сравнению полученных нами формул с работой /3/. Внешне вид наших выражений (7), (8), в том числе полученной ранее в /I/ формулы для $w_n^{(1)}$, совпадает с соответствующими выражениями работы /3/. Однако при этом фактически имеет место принципиальное отличие. Именно, полная ширина спектров турбулентности отличается в $\delta k/\Delta k$ раз. У нас в формуле (8)

$$k_{max} - k_{min} \simeq N\Delta k \simeq (\gamma/\tilde{\gamma})\Delta k,$$

в то время как в работе /3/

$$k_{max} - k_{min} \simeq N\delta k \simeq (\gamma/\tilde{\gamma})\delta k.$$

Тем же самым множителем $\delta k/\Delta k$ отличаются и выражения для Q. Это различие возникает вследствие различных исходных предположений о соотношении между δk и Δk. Авторы работы /3/ предполагали ширину инкремента большой по сравнению с шагом перекачки. Мы же, наоборот, предполагали обратное неравенство (4). Сопоставление формул (7) - (9) с результатами /3/ заставляет не согласиться с утверждением авторов /3/ о том, что оценки для Q в пределе "узкого" ($\delta k < \Delta k$) и "широкого" ($\delta k > \Delta k$) инкрементов совпадают.

Имея в виду соотношение (10), приходится сделать вывод о том, что именно рассмотренный нами случай "узкого" инкремента (4) имеет место для параметрических неустойчивостей в условиях слабой параметрической связи волн $\gamma < \omega_s$. Противоположный случай $\delta k > \Delta k$ реализуется для параметрических неустойчивостей в условиях сильной связи $\gamma > \omega_s$, когда спектр низкочастотных возмущений существенно отличается от обычного ионно-звукового. В таких условиях уже невозможно использование обычных представлений теории слабой турбулентности плазмы.

Поступила в редакцию
24 октября 1978 г.

Литература

1. В. Ю. Быченков, В. П. Силин, В. Т. Тихончук, Письма в ЖЭТФ, 26, 309 (1977).
2. А. А. Галеев, Д. Г. Ломинадзе, Г. З. Мачабели, ЖТФ, XLV, 1358 (1975).
3. С. Л. Мушер, И. Я. Рыбак, Б. И. Стурман, Препринт № 65, ИАЭ СО АН СССР, Новосибирск, 1977 г.
4. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, Труды ФИАН, 61, 42 (1972).
5. E. Valeo, W. L. Kruer, Phys. Fluids, 16, 675 (1973).