Краткие сообщения по физике № 2 1977

ВЫВОД ФОРМУЛЫ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ МЮОНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОВАРИАНТНОГО МЕТОДА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ФОТОНОВ

И. М. Железных, Э. А. Тайнов

УДК 539.12.04

В рамках ковариантной формулировки метода эквивалентных фотонов выводится формула для ионизационных потерь мюона. Получена спиновая поправка к формуле Бете.

В данной работе в рамках ковариантной формулировки метода эквивалентных фотонов /1/ выводится формула для ионизационных потерь мюона, которая в определенном приближении переходит в формулу Бете /2/. Предложенный подход позволяет, в принципе, вычислить релятивистские поправки к формуле Бете и учесть влияние связи атомных электронов на ионизационные потери.

Для получения ионизационных потерь мюона достаточно знать лишь несколько моментов спектральной плотности обобщенных сил осцилляторов $d\Phi(\omega,t)/d\omega$ – так называемые правила сумм /3/.

Выразим сечение неупругих соударений мюона с атомом $\sigma_{ион}$ через сечение поглощения виртуального кванта атомом σ_γ (см. рис. 1)

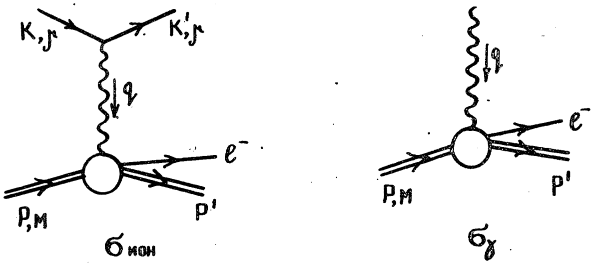

Рис. 1. Диаграмма неупругого соударения мюона с атомом и соответствующего фотопроцесса

$$\sigma_{\text{ион}} = \frac{4\pi\alpha}{\sqrt{(kp)^2 - k^2p^2}} \int \frac{d^4q}{(q^2)^2} L_{\mu\nu}(k,q) T_{\mu\nu}(q^2) \sqrt{(pq)^2 - p^2q^2}, \quad (\text{I})$$

где

$$T_{\mu\nu}(q^2) = 4\pi\alpha(2\pi)^4 \sum_{p'} \frac{\delta(p+q-p')}{4\sqrt{(pq)^2-p^2q^2}} \langle p|J_\mu(0)|p'\rangle\langle p'|J_\nu(0)|p\rangle =$$

$$= a\left(\frac{q^2}{pq} p_\mu p_\nu + pq\delta_{\mu\nu} - p_\mu q_\nu - p_\nu q_\mu\right) + b(q^2\delta_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \quad (2)$$

– тензор, проинтегрированный по импульсам родившихся частиц и просуммированный по их поляризациям, $a(q^2,pq)$ и $b(q^2,pq)$ – структурные функции атома, $J_\mu(0)$ – гейзенберговский ток перехода, соответствующий нижней вершине диаграммы, и $L_{\mu\nu}(k,q)$ – тензор, соответствующий верхней вершине диаграммы:

$$L_{\mu\nu} = \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2E_{k'}} \delta(k-k'-q)\left[(k+k')_\mu(k+k')_\nu + \delta_{\mu\nu}q^2 - q_\mu q_\nu\right]. \quad (3)$$

Переходя в (I) к интегрированию по переменным q^2, pq и φ (азимуту $\vec{k}'$), после простых преобразований получаем

$$d\sigma_{\text{ион}} = \frac{\alpha}{\pi}\left(1 - \frac{k^2p^2}{(kp)^2}\right)^{-1} a(q^2,pq)\left\{1 + \frac{k^2(pq)^2}{q^2(kp)^2} - \frac{pq}{kp} + \frac{(pq)^2}{2(kp)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{q^2p^2}{4(kp)^2} + \frac{b(q^2,pq)}{a(q^2,pq)} \frac{pq}{(kp)^2}\left(k^2 + \frac{q^2}{2}\right)\right\} \frac{dq^2}{q^2} \frac{d(pq)}{pq} \sqrt{(pq)^2-p^2q^2}. \quad (4)$$

При больших переданных импульсах $(\vec{q}^2 \gg mI)$, когда атомные электроны можно считать свободными, $2pq = -q^2$, и функция $b(q^2,pq)$ равна нулю, что можно показать непосредственным вычислением тензора (2). В области же малых переданных импульсов $(\vec{q}^2 \ll m^2)$ при $(pq)^2 \gg |q^2|p^2$ $b/a = -p^2/pq$ и последним слагаемым в (4) можно пренебречь по сравнению со вторым и четвертым членами. Выразим при $(qp)^2 \gg p^2|q^2|$ структурную функцию $a(q^2,pq)$ через сечение поглощения $\sigma_\gamma(pq,q^2)$ виртуального кванта

$$a(q^2,pq)(pq) = \sigma_\gamma(pq,q^2). \tag{5}$$

Введем далее спектральную плотность обобщенных сил осцилляторов $d\Phi(\omega,t)/d\omega$, связанную с сечением поглощения атомом виртуального фотона соотношением:

$$\sigma_\gamma = \frac{2\pi^2\alpha}{m}\,\frac{d\Phi(\omega,t)}{d\omega}, \tag{6}$$

где $\omega = (pq)/M$, $t = -q^2 > 0$, m – масса электрона. При этом сечение ионизации принимает вид

$$\frac{d^2\sigma_{ion}}{d\omega dt} = \frac{2\pi\alpha^2}{mv^2\omega t}\,\frac{d\Phi(\omega,t)}{d\omega}\left\{1 - \frac{\mu^2\omega^2}{E_k^2 t} - \frac{\omega}{E_k} + \frac{\omega^2}{2E_k^2} - \frac{t}{4E_k^2}\right\}, \tag{7}$$

где $v^2 = (1 - k^2p^2/(kp)^2)^{-1}$, $E_k = (kp)/M$.

Формула (7) представляет собой произведение сечения фотопоглощения (6) на распределение эквивалентных фотонов по ω и t. При малых передачах импульса последний член одного порядка с отброшенными членами, содержащими структурную функцию $b(q^2,pq)$. Но при больших передачах импульса последние два члена в формуле (7) описывают влияние спина на сечение неупругих соударений мезона с атомом и для бесспиновой частицы отсутствуют.

$$t_{min} = \frac{\omega^2}{\gamma^2\left(v^2 - \frac{\omega}{E_k}\right)}\left[1 + 0\left(\frac{\omega^2}{E_k^2\gamma^2\left(v^2 - \frac{\omega}{E_k}\right)^2}\right)\right],$$

$$t_{max} = \frac{(2m\gamma v)^2}{1 + \frac{2m\gamma}{\mu} + \frac{m^2}{\mu^2}}, \tag{8}$$

Физическая область по переменной t ограничена пределами где $\gamma = E_k/\mu$. Введем импульс t_1, $2mI \ll t_1 \ll m^2$, который делит всю кинематически разрешенную область переданных импульсов на две области $t_{min} \leqslant t < t_1$ и $t_1 \leqslant t < t_{max}$, и будем считать их соответствующими далеким и близким соударениям, соответственно.

Для близких соударений, когда атомные электроны можно считать свободными и покоящимися, имеем

$$\frac{d\Phi}{d\omega}(\omega,t) = \frac{2m\omega Z}{t}\,\delta\left(\omega - \frac{t}{2m}\right). \tag{9}$$

Интегрируя (7) с помощью (9) по ω, а затем по t, получаем для вклада в ионизационные потери от близких соударений

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{ион} = N\int d\omega dt\,\frac{d^2\sigma_{ион}}{d\omega dt} =$$

$$= \frac{2\pi NZ\alpha^2}{mv^2}\left\{\ln\frac{(2mv\gamma)^2}{\left(1+\frac{2m\gamma}{\mu}\right)t_1} - v^2 + \frac{v^4}{4\left(1+\frac{\mu}{2m\gamma}\right)^2} + O\left(\frac{t_1}{m^2\gamma^2}\right)\right\}. \tag{10}$$

Здесь N – плотность атомов среды с Z электронами.

Всю область далеких соударений разобьем на две $t_{min}<t<t_0$ и $t_0\leqslant t\leqslant t_1$, где импульс t_0 удовлетворяет условиям

$$\frac{I^2}{v^2\gamma^2} \ll t_0 \ll R^{-2},\quad t_0 \ll t_1, \tag{11}$$

R – радиус атома. В области $t_0\leqslant t\leqslant t_1$ можно сначала проинтегрировать (7) по ω, поскольку пределы интегрирования по t не зависят от ω, воспользовавшись правилом сумм Бете /3/

$$\int\frac{d\Phi(\omega,t)}{d\omega}\,d\omega = Z \quad \text{для любого } t. \tag{12}$$

Выполняя затем интегрирование по t, пренебрегая вкладом всех членов в (7), кроме первого, получаем

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{ион} = \frac{2\pi NZ\alpha^2}{mv^2}\left\{\ln\frac{t_1}{t_0} - O\left(\frac{t_1}{m^2\gamma^2}\right)\right\}. \tag{13}$$

В области $t_{min}\leqslant t\leqslant t_0$ мы не можем интегрировать сначала по ω, а затем по t, так как t_{min} зависит от ω. Однако, в этой области можно воспользоваться дипольным приближением для сил осцилляторов

$$\frac{d\Phi(\omega,t)}{d\omega} \approx \lim_{t\to 0}\frac{d\Phi(\omega,t)}{d\omega} = \frac{d\Phi(\omega,0)}{d\omega}. \tag{14}$$

Интегрируя (7) по t, а затем по ω с помощью (12), получаем

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{ион} = \frac{2\pi NZ\alpha^2}{mv^2}\left\{\ln\frac{t_0\gamma^2v^2}{I^2} - v^2\right\}, \tag{15}$$

где I – средняя энергия ионизации атома – определяется соотношением

$$\ln I = \frac{1}{Z}\int d\omega \, \frac{d\Phi(\omega, 0)}{d\omega} \ln\omega. \qquad (16)$$

Суммируя вклады (10), (13) и (15), для полных и ионизационных потерь мюона в среде получаем следующее выражение:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{4\pi NZ\alpha^2}{mv^2}\left\{\ln\frac{2mv^2\gamma^2}{I\left(1+\frac{2m\gamma}{\mu}\right)^{1/2}} - v^2 + \frac{v^4}{8\left(1+\frac{\mu}{2m\gamma}\right)^2}\right\}. \qquad (17)$$

Здесь третий член соответствует спиновой поправке, впервые вычисленной в /4/, и уменьшается от 1/8 при высоких энергиях мюона $E_k \gg \mu^2/2m$ до нуля при малых энергиях мюона $E_k \ll \mu^2/2m$. Для бесспиновых налетающих частиц этот член отсутствует, и формула (17) превращается в формулу Бете, учитывающую любые возможные переданные энергии.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить глубокую благодарность Г. Т. Зацепину, по инициативе которого было предпринято это исследование, и С. Б. Герасимову за полезные обсуждения.

Поступила в редакцию
9 июля 1976 г.

Литература

1. В. Н. Грибов и др., ЖЭТФ, 41, 1839 (1961).
2. Г. Бете, Ю. Ашкин. Экспериментальная ядерная физика, под ред. Э. Сегре, т.I, ИЛ, 1955 г., стр. 216.
3. M. Inokuti. Rev. Mod. Phys., 43, 297 (1971).
4. P. M. Joseph. Nucl. Instr. and Meth., 75, 13 (1969).