Краткие сообщения по физике № 2 1977

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ НЕПОДВИЖНОГО ЗАРЯДА В НЕСТАЦИОНАРНОЙ СРЕДЕ

Г. М. Манева

УДК 539.I

Показано, что если тензор диэлектрической проницаемости среды меняется со временем (т.е., например, изотропная среда со временем становится анизотропной и наоборот), то в такой среде даже покоящаяся заряженная частица становится источником излучения.

В работе /I/ было рассмотрено переходное излучение равномерно движущегося заряда, возникающее в изотропной среде при резком изменении во времени диэлектрической проницаемости. Из результатов, полученных в /I/, в частности вытекало, что покоящийся заряд при скачкообразном изменении диэлектрической проницаемости не излучает. Этот результат легко понять, поскольку случай покоящегося заряда в изотропной среде не характеризуется каким-либо физически выбранным направлением, с которым можно связать направление полей излучения. В работе /2/ было рассмотрено излучение заряда, движущегося с среде, диэлектрическая проницаемость которой зависит от координат и времени по закону бегущей волны $\varepsilon = \varepsilon_n \cos(\vec{k}_0\vec{r} - \omega_0 t)$. В этом случае имеется выделенное направление, связанное с направлением $\vec{k}_0$. Поэтому даже покоящийся заряд может стать источником излучения при $\vec{k}_0 \neq 0$. Однако, в однородной среде ($\vec{k}_0 = 0$) с $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos\omega_0 t$ излучение исчезает.

Мы хотим обратить внимание на то, что если в нестационарной среде меняется тензор диэлектрической проницаемости (т.е., например, изотропная среда со временем становится анизотропной или наоборот), то такое изменение свойств среды сопровождается излучением даже в случае покоящегося заряда.

Рассмотрим неподвижный точечный электрический заряд, который в момент $t<0$ находится в изотропной среде с диэлектрической постоянной ε_0. Пусть при $t = 0$ среда переходит в одноосный кристалл с тензором диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} \delta_{ij}\varepsilon_{\perp}, & i = 1,2 \\ \delta_{ij}\varepsilon_{\parallel}, & i = 3. \end{cases}$$

Фурье-компоненты электрической индукции и магнитной напряженности точечного заряда в среде до скачка

$$\vec{D}^1_{\vec{k}} = -\frac{iq}{2\pi^2}\frac{\vec{k}}{k^2}, \quad \vec{H}^1_{\vec{k}} = 0, \tag{I}$$

где q – величина заряда. Поле того же заряда в кристалле равно

$$\vec{D}^2_{\vec{k}} = -\frac{iq}{2\pi^2}\frac{(\hat{\varepsilon}\vec{k})}{\vec{k}(\hat{\varepsilon}\vec{k})}, \quad \vec{H}^2_{\vec{k}} = 0, \tag{2}$$

где $(\hat{\varepsilon}\vec{k})_i = \varepsilon_{ij}k_j$. Для нахождения полного поля при $t>0$, к $\vec{D}^2_{\vec{k}}$ нужно добавить решение однородных уравнений Максвелла в кристалле, выбрав эти решения из требования непрерывности $\vec{D}_{\vec{k}}$ и $\frac{\partial}{\partial t}\vec{D}_{\vec{k}}$ при $t = 0$. Последние условия следуют из уравнений Максвелла (см. также /3/, /I/); поля (I) и (2) этим условиям сами по себе не удовлетворяют. Обозначим добавочное поле через $\vec{D}^r_{\vec{k}}$. В сферической системе координат с центром, совпадающим с зарядом, получаем для поля свободных волн

$$\begin{Bmatrix} \vec{D}^r_x(\vec{k}) \\ \vec{D}^r_y(\vec{k}) \\ \vec{D}^r_z(\vec{k}) \end{Bmatrix} = \frac{iq}{2\pi^2}\frac{1}{k}\cos\left(\frac{kc}{n_e}t\right)\begin{Bmatrix} \left[1-\frac{n_e^2(\vec{k})}{\varepsilon_{\parallel}}\right]\sin\theta'\cos\varphi' \\ \left[1-\frac{n_e^2(\vec{k})}{\varepsilon_{\parallel}}\right]\sin\theta'\sin\varphi' \\ \left[1-\frac{n_e^2(\vec{k})}{\varepsilon_{\perp}}\right]\cos\theta' \end{Bmatrix}, \tag{3}$$

где θ' – угол между $\vec{k}$ и оптической осью z, φ' – азимутальный угол вектора $\vec{k}$. Формула (3) описывает поле излучения электромагнитных волн, причем будут излучаться только необыкновенные волны, для которых показатель преломления $n_e(\vec{k}) = \left[\frac{\cos^2\theta'}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{\sin^2\theta'}{\varepsilon_{\parallel}}\right]^{-1/2}$.

Как видно, поле излучения обращается в ноль, если среда после скачка изотропна ($\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_{\perp}$). Интегрирование по $d\varphi'$ в $\vec{D}^r(\vec{r},t) = \int d\vec{k}\vec{D}^r_{\vec{k}}\exp(i\vec{k}\vec{r})$ и простая замена переменных приводят поле к виду:

$$\vec{D}^r(\vec{r},t) = -\frac{q}{\pi c^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\omega\cos\omega t\,d\omega\int\limits_0^1 dx \times$$

$$\times\exp\left\{i\frac{\omega}{c}r\cos\theta\, x\left[x^2\left(\frac{1}{\varepsilon_\perp}-\frac{1}{\varepsilon_\parallel}\right)+\frac{1}{\varepsilon_\parallel}\right]^{-1/2}\right\}\times$$

$$\times\left\{\begin{matrix}\cos\varphi\left[1-\frac{w^2(x)}{\varepsilon_\parallel}\right]w^2(x)\sqrt{1-x^2}J_1\left[\frac{\omega}{c}r\sin\theta\, w(x)\sqrt{1-x^2}\right]\\ \sin\varphi\left[1-\frac{w^2(x)}{\varepsilon_\parallel}\right]w^2(x)\sqrt{1-x^2}J_1\left[\frac{\omega}{c}r\sin\theta\, w(x)\sqrt{1-x^2}\right]\\ -i\left[1-\frac{w^2(x)}{\varepsilon_\perp}\right]w^2(x)\,x\,J_0\left[\frac{\omega}{c}r\sin\theta\, w(x)\sqrt{1-x^2}\right]\end{matrix}\right\},$$

(4)

где $w(x)=\sqrt{\varepsilon_\parallel}\left[x^2(\varepsilon_\parallel/\varepsilon_\perp-1)+1\right]^{-1/2}$ и $J_n(z)$ – функция Бесселя. Здесь $\vec{r}$ имеет сферические координаты (r,θ,φ) и θ отсчитывается от оси z. Используя асимптотические значения функций Бесселя и проведя интегрирование методом стационарной фазы, получаем поле в волновой зоне источника:

$$\vec{D}^r(\vec{r},t) = \vec{u}\,\frac{q}{2\pi c}\,\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp\sqrt{\varepsilon_\perp}}\,\frac{\mathrm{tg}\theta}{\cos^2\theta}\,\frac{\left(1-\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\right)}{\left(1+\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\mathrm{tg}^2\theta\right)\left(1+\frac{\varepsilon_\parallel^2}{\varepsilon_\perp^2}\mathrm{tg}^2\theta\right)}\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\omega\left\{\frac{\exp\left[i\frac{\omega}{c}n_e(\vec{s})\vec{s}\,\vec{r}-i\omega t\right]}{R}+\frac{\exp\left[i\frac{\omega}{c}n_e(\vec{s})\vec{s}\,\vec{r}+i\omega t\right]}{R}\right\},$$

(5)

где $\vec{s}=\mathrm{sgn}[\cos\theta]\left[1+(\varepsilon_\parallel^2/\varepsilon_\perp^2)\mathrm{tg}^2\theta\right]^{-1/2}\left[(\varepsilon_\parallel/\varepsilon_\perp)\mathrm{tg}\theta\cos\varphi;(\varepsilon_\parallel/\varepsilon_\perp)\times\right.$ $\left.\times\mathrm{tg}\theta\sin\varphi;1\right]$ и вектор поляризации $\vec{u}(\varepsilon_\perp\cos\theta\cos\varphi;\,\varepsilon_\perp\cos\theta\sin\varphi;-\varepsilon_\parallel\sin\theta)$.

Поскольку второе слагаемое в (5) пропорционально $\delta\left[n_e(\vec{s})\frac{\vec{r}\vec{s}}{c}+\right.$ $\left.+\,t\right]\theta(t)=0\ (\vec{r}\vec{s}>0)$, то видно, что излучается только волна, расходящаяся от источника. При этом вклад в излучение в точке $\vec{r}$ волновой зоны источника дают только плоские волны, групповая скорость которых направлена по $\vec{r}$, а фазовая скорость равна $\frac{c}{n_e(\vec{s})}\vec{s}$ (этот результат получен в общем виде для волнового пакета в кристакже в /4/). δ-образная зависимость поля (5) позволяет найти поверхность $n_e(\vec{s})(\vec{r}\vec{s}/c) - t = 0$, на которой поле излучения отлично от нуля. После несложных преобразований можно показать, что волновой фронт движется с групповой скоростью, соответствующей данному направлению, и имеет вид эллипсоида вращения

$$\frac{r_x^2}{c^2t^2/\varepsilon_{\parallel}} + \frac{r_y^2}{c^2t^2/\varepsilon_{\parallel}} + \frac{r_z^2}{c^2t^2/\varepsilon_{\perp}} = 1.$$

Находя аналогичным образом магнитное поле излучения $\vec{H}^r = \mathrm{rot}\vec{A}$, где $\vec{D}^r = -\frac{1}{c}\hat{\varepsilon}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$, получаем для спектральной плотности энергии, излученной в единицу телесного угла $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$, выражение

$$dW_\omega = \frac{q^2}{4\pi^2 c}\,\frac{\varepsilon_{\parallel}^2}{\varepsilon_{\perp}^2\sqrt{\varepsilon_{\perp}}}\,\frac{\mathrm{tg}^2\theta}{[\cos\theta]^3}\,\frac{\left(1-\frac{\varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}}\right)^2}{\left(1+\frac{\varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}}\mathrm{tg}^2\theta\right)^{3/2}\left(1+\frac{\varepsilon_{\parallel}^2}{\varepsilon_{\perp}^2}\mathrm{tg}^2\theta\right)^2}\,d\Omega d\omega. \tag{6}$$

Существенно то, что излучение зависит только от параметров анизотропной среды, но не от ε_0.

Очевидно, в случае изотропной среды до и после скачка излучение отсутствует.

Автор благодарен Б. М. Болотовскому и С. Н. Столярову за ценные советы и В. Л. Гинзбургу за обсуждение работы.

Поступила в редакцию
5 августа 1976 г.

Литература

1. В. Л. Гинзбург. Известия ВУЗов, Радиофизика, 16, 4 (1973).
2. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович. ЖЭТФ, 65, 1818 (1973).
3. F. Morgenthaler. IRE Trans., MTT-6, 167 (1958).
4. Б. М. Болотовский, О. С. Мергелян, С. Н. Столяров. Изв. АН Армянской ССР, Физика, 4, 203 (1969).