Краткие сообщения по физике № 3 1977

РАССЕЯНИЕ БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЛОТНОЙ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

Е. Г. Гамалий, И. Д. Маш, В. Б. Розанов

УДК 533.92

Получена функция распределения быстрых электронов, рассеивающихся без изменения энергии в полностью ионизованной плазме. Определено расстояние, проходимое электроном вдоль направления первоначального движения до полной изотропизации функции распределения.

Известно /I/, что быстрые электроны оказывают значительное влияние на процесс сжатия и нагрева лазерных мишеней[ж)]. Для строгого учета этого влияния неоходимо детальное исследование замедления и рассеяния быстрых электронов в плотной плазме. Если изотропизация начальной функции распределения электронов происходит на длине много меньшей длины замедления, то задачу о торможении электронов можно разбить на два этапа:

I. Этап рассеяния без потери энергии.

2. Замедление с почти изотропной функцией распределения.

В этой связи целью настоящей работы является исследование первой задачи. Следуя /I/, мы рассматриваем стационарный случай. Из стационарного кинетического уравнения Ландау /2/ можно получить

$$\mu \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{8\pi e^4 \mathrm{Ln} Z}{m_e^2} \left[\frac{\partial f}{\partial E} + \frac{1+Z}{8E} \frac{\partial}{\partial \mu}\left((1-\mu^2)\frac{\partial f}{\partial \mu}\right)\right], \qquad (I)$$

где f – функция распределения быстрых электронов, $\int\limits_0^\infty \int\limits_{-1}^1 f(v,\mu,x) \times dv^3 d\mu = 1$, v – скорость, $E = v^4$, eZ – заряд иона, n – кон-

---

ж) Задача о рассеянии быстрых электронов в твердом теле была рассмотрена в работе /3/. В данной работе рассматривается рассеяние в плотной, полностью ионизованной плазме. Именно этот случай имеет место при прогреве лазерной плазмы быстрыми электронами, возникающими при аномальном поглощении излучения лазера.

центрация ионов, L – кулоновский логарифм, μ – косинус угла между направлением движения и нормалью к мишени. Легко получить, что максимальное расстояние, проходимое электроном до полной потери энергии, равно $x_o = m_e^2 E_o / 8\pi e^4 LnZ$. Для случая чистого рассеяния из (I) имеем

$$\mu \frac{\partial f}{\partial x} = \alpha \frac{\partial}{\partial \mu}\left[(1-\mu^2)\frac{\partial f}{\partial \mu}\right], \quad \text{где} \quad \alpha = \pi e^4 LnZ(Z+1)/m_e^2 E_o.$$

Вводя безразмерное расстояние $\xi = \alpha x$, получим

$$\mu \frac{\partial f}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \mu}\left[(1-\mu^2)\frac{\partial f}{\partial \mu}\right]. \qquad (2)$$

Поскольку уравнение (2) линейно по ξ, общее решение уравнения может быть представлено в виде

$$f = \sum_n B_n \varphi_{kn}(\mu)\exp(k_n \xi), \qquad (3)$$

где φ_{kn} удовлетворяет уравнению

$$k_n \mu \varphi_{kn}(\mu) = \frac{\partial}{\partial \mu}\left[(1-\mu^2)\frac{\partial \varphi_{kn}(\mu)}{\partial \mu}\right]. \qquad (4)$$

Из уравнения (2) следует, что $\int_{-1}^{1} f(\mu)\mu d\mu = 0$, $\int_{-1}^{1} f(\mu)\mu^2 d\mu = 0$.

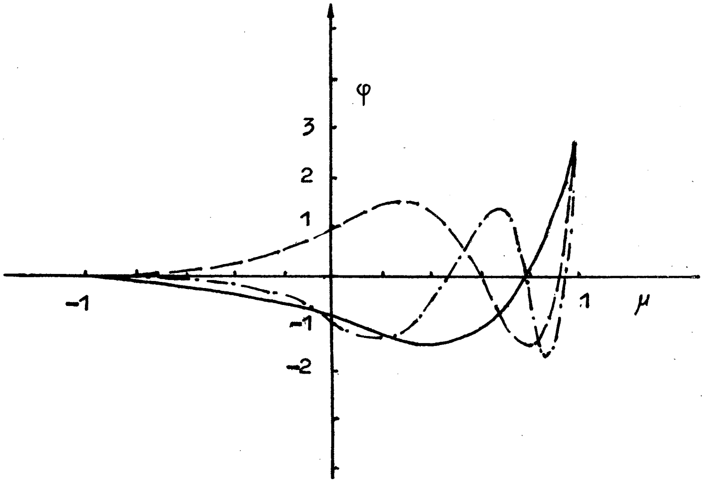
Т.е. поток числа частиц равен нулю, и функции $\varphi_{kn}(\mu)$ являются знакопеременными, кроме $\varphi_o = const$.

Так как аналитическое решение (4) получить сложно, то собственные значения и собственные функции $\varphi_{kn}(\mu)$ определялись численным методом. Решение уравнения (4) можно свести к нахождению собственных значений и собственных векторов системы линейных алгебраических уравнений следующим образом. Будем аппроксимировать φ_{kn} полиномом i-той степени по μ

$$\varphi_{kn}(\mu) = \sum_{i=0}^{i} A_i(k_n)\mu^i, \qquad (5)$$

и потребуем, чтобы φ_{kn} в виде (5) удовлетворяла уравнению (4) в $(i+1)$ точках, равномерно расположенных в интервале $-1 \leqslant \mu \leqslant 1$.

Тогда из полученной системы алгебраических уравнений относительно A_i определяются первые $i - 1$ собственных функций и собственных значений уравнения (4). Увеличение степени полинома позволя-



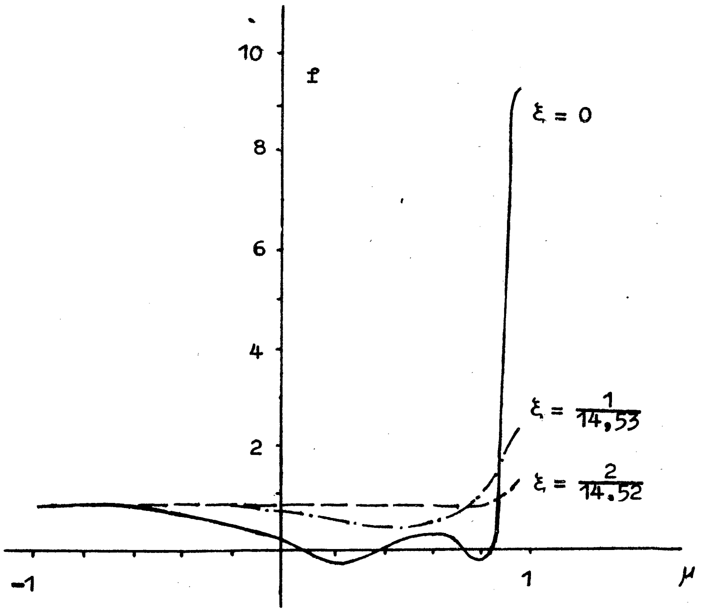
Р и с. I. Собственные функции $\varphi_n(\mu)$ уравнения (2), соответствующие собственным значениям $k_1 = -14{,}528$ (сплошная линия), $k_2 = -42{,}04$ (пунктир), $k_3 = -89{,}94$ (штрих-пунктир)

ет определить следующие собственные значения и уточнить полученные ранее.

Расчет показал, что для нахождения первой собственной функции и собственного значения (помимо $\varphi_0 = \mathrm{const}$) достаточно аппроксимировать функцию полиномом шестого порядка.

Увеличение степени полинома до I0 практически не меняет ни собственную функцию, ни собственное значение. Так, первое собственное значение для $i = 6$ и $i = 10$ равно соответственно I4,46 и I4,52, т.е. отличается меньше чем на 0,4%. Собственные значения 0; $\pm$ I4,528; $\pm$ 42,04 при увеличении числа точек от II до I3 изменяются менее чем на 0,I%, а собственное значение $\pm$89,94 на 6%. Таким образом, полученные собственные значения с указанной точностью являются истинными собственными значениями.

На рис. I приведены собственные функции для первых трех значений k: -14,528; -42,04; -89,94. Собственные функции для положительных k могут быть найдены из соотношения $\varphi_k(\mu) =$



Р и с. 2. Функция распределения быстрых электронов, рассеивающихся в полностью ионизованной плазме, при расстояниях $\xi = 0$, $1/k_1$, $2/k_1$.

$= -\varphi_k(-\mu)$. Из рис. I видно, что собственные функции для $k<0$ максимальны при $\mu = 1$ и стремятся к нулю при $\mu \to -1$. С помощью найденных собственных функций и собственных значений была получена функция распределения быстрых электронов в виде (3) для следующих граничных условий:

$$f(\mu) = \delta(\mu - 1) \text{ при } \xi = 0,\ 0 \leqslant \mu \leqslant 1, \tag{6}$$

$$f(\mu) = \text{const} \text{ при } \xi \to \infty,\ -1 \leqslant \mu \leqslant 1. \tag{7}$$

Поскольку наиболее существенные изменения функция распределения претерпевает на расстоянии $\sim 1/k_1$, где k_1 - наименьшее отличное от нуля собственное значение, в разложении (3) вполне достаточно учесть следующие две функции, что соответствует определению функции распределения на расстоянии, большем $1/k_3 \sim 1/6k_1$. Тогда определение коэффициентов B_n сводится к решению конечной системы алгебраических уравнений. В данном случае использовалась система уравнений

$$\int_0^1 \delta(\mu - 1)\varphi_{kn}(\mu)d\mu = \sum_m B_m \int_0^1 \varphi_{kn}(\mu)\varphi_{km}(\mu)d\mu, \quad \text{где} \quad k \leqslant 0 \quad .$$

(условие (7) требует обращения в нуль B_m при $\varphi_{kn}(\mu)$ для $k>0$). Окончательно, функция распределения имеет вид

$$f(\mu) = 1{,}12 + 1{,}25\varphi_1(\mu)\exp(-k_1\xi) + 0{,}95\varphi_2(\mu)\exp(-k_2\xi) + $$
$$+ 0{,}65\varphi_3(\mu)\exp(-k_3\xi).$$

Данная функция распределения для расстояний $\xi = 0$, $1/k_1$, $2/k_1$ представлена на рис. 2. Из рисунка следует, что функция распределения частиц, вылетающих из среды ($-1 \leqslant \mu < 0$, $\xi = 0$), является почти изотропной, даже для δ-образного распределения при $\xi = 0$, $0 \leqslant \mu \leqslant 1$. Расстояние, на котором функция распределения становится изотропной полностью, определяется первым собственным значением $k_1 = 14{,}528$. При $Z = 7$ функция распределения становится изотропной на I/I4,528 расстояния. проходимого электроном до полной потери скорости. Следовательно, изменение энергии электронов с расстоянием практически не зависит от начального углового распределения, и начальную функцию распределения для этой задачи можно считать почти изотропной.

Поступила в редакцию
26 октября 1976 г.

Литература

I. Ю. В. Афанасьев, Е. Г. Гамалий, П. П. Волосевич, И. Д. Мам, В. Б. Розанов, Краткие сообщения по физике ФИАН, № 3, 37 (1976).
2. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 7, 203 (1937).
3. L. V. Spencer, Phys. Rev., 98, 1597 (1955).