

О ПОГЛОЩЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ВЫРОДЕННЫХ  
ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В. П. Силин, С. А. Урюпин

УДК 535.341

Для полупроводника с вырожденными носителями в квантующем магнитном поле найдена диссили-  
тивная часть высокочастотной проводимости, об-  
условленная рассеянием носителей на заряженных  
примесях.

Одним из важных механизмов, приводящих к поглощению электромагнитных волн в полупроводниках, являются столкновения электронов проводимости с заряженными примесями. Этот механизм приводит к тому, что поглощение существенно зависит от внешнего квантую-  
щего магнитного поля. Для выявления такой зависимости рассмотрим вырожденный полупроводник в квантующем магнитном поле  $\vec{B} = (0, 0, B)$ , когда  $\hbar\Omega \gg \omega$  ( $\Omega = eV/mc$  - циклотронная частота), и высокочастотном электрическом поле  $\omega \gg \omega_L$  ( $\omega_L$  - ленгмюровская частота). Электрическое поле будем считать слабым, что означает ма-  
лость энергии колебаний электрона в электрическом поле по срав-  
нению с энергией продольного движения в магнитном поле ( $e^2 B^2 / mc^2 \ll \epsilon_F^2 - \hbar\Omega/2$ ,  $\epsilon_F$  - энергия Ферми). Далее электрическое поле  
можно принять однородным  $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \cos \omega t$ , поскольку расстоя-  
ние, проходимое электроном за период высокочастотного поля, ма-  
ло по сравнению с его длиной волны ( $eE/m\omega^2; v_F/\omega \ll c/\omega$ ,  $v_F$  -  
скорость Ферми). Как известно, высокочастотное электрическое и  
сильное магнитное поля изменяют интеграл столкновений электро-  
нов с примесями  $/I/$ . В квантовых условиях это имеет место тогда,  
когда магнитная длина  $\lambda^2 = c\hbar/e!B$  оказывается меньше дебаев-  
ского радиуса  $r_D$ . В линейном приближении по электрическому по-  
лю интеграл столкновений в квантующем магнитном поле имеет вид

$$\begin{aligned} i\hbar \langle \psi | \hat{f} | \mu \rangle &= \sum_{\delta, \eta} \left[ \langle \psi | \hat{U}_y | \eta \rangle \langle \eta | [\hat{U}_1, \hat{g}] + [\hat{U}_y, \delta \hat{\rho}] | \mu \rangle \delta E^{-1}(\omega, \mu, \eta) - \right. \\ &\quad \left. - \langle \psi | [\hat{U}_1, \hat{g}] + [\hat{U}_y, \delta \hat{\rho}] | \eta \rangle \langle \eta | \hat{U}_y | \mu \rangle \delta E^{-1}(\omega, \eta, \nu) \right]; \end{aligned}$$

$$\hat{U}_1 = \frac{eE_0}{mc} (\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A}) \sin \omega t, \vec{A} = (B_y, 0, 0), \quad (I)$$

$U_y$  — экранированная на расстоянии  $r_D$  кулоновская энергия электрона и примеси сорта  $y$  с зарядом  $e_y$ ,  $|\psi\rangle = |p_x, p_y, n\rangle$  — нормированная волновая функция электрона в магнитном поле,  $\epsilon_y^0$  — равновесная функция распределения Ферми, а

$$E_y = \hbar\omega(n + 1/2) + p_z^2/2m;$$

$$\langle \psi | \delta \hat{\rho} | \mu \rangle = \langle \psi | \hat{U}_1 | \mu \rangle [\epsilon_y^0 - \epsilon_\mu^0] \delta E^{-1}(\omega, \mu, \nu);$$

$$\langle \psi | \hat{g} | \mu \rangle = [\epsilon_y^0 - \epsilon_\mu^0] \delta E^{-1}(1\Delta, \nu, \mu);$$

$$\delta E(\omega, \mu, \nu) = \hbar\omega + E_\mu - E_\nu; \quad \tilde{\omega} = \omega + i\Delta; \quad \Delta > 0.$$

Интеграл столкновений (I) позволяет найти действительную часть тензора проводимости  $\text{Re}\sigma_{jj}$  ( $j = \pm 1, 0$ ), описывавшую диссипативные свойства полупроводника. Заметим, что когда в зоне проводимости находится большое число уровней Ландау, то движение электронов можно рассматривать как квазиклассическое и для  $\text{Re}\sigma$  имеем обычные результаты /1/. Имея в виду выявление квантовых эффектов, изучим противоположный предельный квантовый случай, когда заполнен только один уровень Ландау. Тогда имеем:

$$\begin{aligned} \text{Re}\sigma_{jj} &= \\ &= \sum_y \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_y - \hbar\Omega/2}{\hbar\omega} v_{\text{eff}} \frac{\omega_L^2}{(\omega + j\Omega)^2} \Theta\left(\omega - n\Omega + \frac{\epsilon_y - \hbar\Omega}{\hbar} - \frac{\Omega}{2}\right) \begin{cases} \Lambda_{\perp}^{(n)}, & j = \pm 1 \\ \Lambda_{||}^{(n)}, & j = 0 \end{cases} \\ \Lambda_{\perp, ||}^{(n)} &= \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \frac{\lambda^{2n}}{2^n n!} \int_0^\infty q^{2n+1} dq \exp(-\lambda^2 q^2/2) \times \\ &\quad \times \hat{F} \int_{q_2}^{q_1} \frac{dt}{t} [q^2 + t^2 + r_D^{-2}]^{-2} \left[ \frac{q^2/2}{t^2} \right], \quad (2) \end{aligned}$$

$$\hat{p}_{q_2} = \begin{cases} q_2, & \omega - n\Omega > 0 \\ -q_2, & \omega - n\Omega < 0 \end{cases}; \quad q_{1,2} = \frac{p_0}{\hbar} \pm \left[ \frac{p_0^2}{\hbar^2} + \frac{2m(\omega - n\Omega)}{\hbar} \right]^{1/2};$$

$$p_0 = [2m(\epsilon_F - \hbar\Omega/2)]^{1/2}; \quad v_{\text{eff}} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{2\pi} e^2 \epsilon_F^2 N}{[m(\epsilon_F - \hbar\Omega/2)]^{3/2}}$$

- эффективная частота столкновений электронов с примесью, которая отличается от используемой в теории невырожденных полупроводников заменой тепловой энергии электронов  $\epsilon_T$  квантовым значением  $\epsilon_F - \hbar\Omega/2$ . Из формулы (2) следует, что поглощение электромагнитного поля характеризуется величинами  $\Lambda_{\perp,||}^{(n)}$ . Ниже приведем результаты исследования зависимости от частоты функций  $\Lambda_{\perp,||}^{(n)}(\omega)$ :

a)  $|\omega - n\Omega| \ll \epsilon_F/\hbar - \Omega/2; 1 \gg \beta_n = (\omega - n\Omega)/(\epsilon_F/\hbar - \Omega/2);$

$$\alpha = (\epsilon_F/\hbar - \Omega/2)\Omega^{-1}; \quad a = \lambda^2/2r_D^2; \quad \Lambda_{||}^{(0)} \approx \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \ln \frac{a + 4\alpha}{a + \alpha\beta_0^2/4};$$

$$\Lambda_{\perp}^{(0)} \approx \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \left[ \frac{1}{4} \ln \frac{4}{|\beta_0|} + \ln \frac{a + 4\alpha}{a + \alpha\beta_0^2/4} \right] \ln \frac{1}{a}; \quad (3)$$

$$\Lambda_{||}^{(1)} \approx \frac{3}{4\sqrt{\pi}} 4\alpha \ln \frac{1}{4\alpha}; \quad \Lambda_{\perp}^{(n)} \approx \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \frac{1}{4n} \ln \frac{4}{|\beta_n|}, \quad (n \geq 1);$$

$$\Lambda_{||}^{(n)} \approx \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \frac{\alpha}{n(n-1)}, \quad (n \geq 2).$$

b)  $\epsilon_F/\hbar - \Omega/2 \ll \omega - n\Omega \ll \Omega, \quad \beta_n \gg 1, \quad \alpha\beta_n \ll 1;$

$$\Lambda_{||}^{(0)} \approx \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \beta_0^{-1/2}; \quad \Lambda_{\perp}^{(0)} \approx \frac{3}{8\sqrt{\pi}} \beta_0^{-1/2} \ln \frac{1}{\alpha\beta_0};$$

$$\Lambda_{||}^{(1)} \approx \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \alpha\beta_1^{1/2} \ln \frac{1}{\alpha\beta_1}; \quad \Lambda_{\perp}^{(n)} \approx \frac{3}{8n\sqrt{\pi}} \beta_n^{-1/2}, \quad (n \geq 1); \quad (4)$$

$$\Lambda_{||}^{(n)} \approx \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \alpha\beta_n^{1/2}/n(n-1), \quad (n \geq 2).$$

b)  $\Omega \ll \omega - n\Omega, \quad \alpha\beta_n \gg 1;$

$$\Lambda_{||}^{(n)} \approx \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \alpha^{-1} \beta_n^{-3/2}, \quad \Lambda_{\perp}^{(n)} \approx \frac{3}{8\sqrt{\pi}} (n+1) \alpha^{-2} \beta_n^{-5/2}. \quad (5)$$

Выражения (3)–(5) отличаются от результатов работы /2/ для невырожденного распределения электронов заменой тепловой энергии электронов  $\varepsilon_T$  на энергию продольного движения электрона в квантовом поле  $\varepsilon_p - \hbar\Omega/2$ . Кроме того, в отличие от работы /2/, учтена экранировка потенциала взаимодействия электронов с примесью. Экранировка изменяет кулоновский логарифм величин  $\Lambda^{(o)}, \Lambda_1^{(o)}$ , описывавших поглощение при переходах частиц на нулевом уровне Ландау, в области низких частот  $\omega \ll \varepsilon_p/\hbar - \Omega/2$ , когда максимальным прицельным параметром является  $r_D$ , а не расстояние, проходимое частицей за период переменного поля. Величина  $\Lambda_1^{(n)}$ , ( $n \neq 0$ ) как функция частоты при  $\omega = n\Omega$  ограничена:  $\Lambda_1^{(1)} \approx \frac{3}{4\sqrt{\pi}} 4\alpha \ln \frac{1}{4\alpha}$ ,  $\Lambda_1^{(n)} \approx \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \alpha/n(n-1)$ , ( $n \geq 2$ ). С ростом частоты  $\Lambda_1^{(n)}$  слабо возрастает как  $(\omega - n\Omega)^{1/2}$ , достигая максимума  $\Lambda_1^{(n)} \approx \approx (3/4\sqrt{\pi})n^{-3/2}(\hbar\Omega)^{-1/2}(\varepsilon_p - \hbar\Omega/2)^{1/2}$  при  $\omega = n\Omega \sim n\Omega$ . Дальнейшее увеличение частоты приводит к убыванию  $\Lambda_1^{(n)}$  по закону  $\sim (\omega - n\Omega)^{-3/2}$ . Более сильно квантование движения электронов проявляется в поведении  $\Lambda_1^{(n)}$ . А именно,  $\Lambda_1^{(n)}$  имеет логарифмические расходимости при  $\omega = n\Omega$ , обусловленные неограниченным временем взаимодействия электрона с примесью во внешнем электрическом поле. Для вырожденного распределения электронов существенным механизмом, ограничивающим время взаимодействия электрона с примесью, является выход электрона из поля примеси. При этом уширение пика равно  $\delta\omega = r_D^{-3/2}/(\varepsilon_p l/m)$ , а максимум  $\Lambda_1^{(n)}$  ограничен величиной  $\approx (3/16n\sqrt{\pi})\ln^4(\varepsilon_p - \hbar\Omega/2)^{1/2}(\hbar\delta\omega)^{-1/2}$ . Вдали от частот  $\omega = n\Omega$  величина  $\Lambda_1^{(n)}$  убывает по закону  $\sim (\omega - n\Omega)^{-5/2}$ . Таким образом квантование движения электронов приводит к осцилляциям поглощения высокочастотного излучения в вырожденном полупроводнике. Зависимость  $\text{Re}\sigma$  от частоты в определенном смысле подобна поведению коэффициента поглощения невырожденного полупроводника, однако характерные области частот в нашем случае определяются не температурой электронов, а квантовой величиной энергии продольного движения электрона в сильном магнитном поле.

Поступила в редакцию  
17 января 1977 г.

## Л и т е р а т у р а

1. В. П. Силин, Введение в кинетическую теорию газов. Изд. "Наука". М., 1971 г.
2. Г. Г. Панов, А. Н. Панов, ЖЭТФ, 71, Вып. 2(8), 572 (1976).