Краткие сообщения по физике № 6 1977

ВОЗБУЖДЕНИЕ КВАЗИПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В ЗАМАГНИЧЕННОМ ПЛАЗМЕННОМ ВОЛНОВОДЕ ПУЧКОМ С КОНЕЧНОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ СКОРОСТЬЮ

Б. И. Аронов, В. Г. Котетишвили

УДК 533.951

Рассматривается задача возбуждения и излучения из плазмы квазипродольных волн с частотой, близкой к ленгмюровской частоте электронов неподвижной плазмы. Раскачка осуществляется с помощью релятивистских электронных пучков с конечной поперечной скоростью, пронизывающих цилиндрический плазменный волновод, помещенный в сильное постоянное осевое магнитное поле.

Рассматривается задача возбуждения и излучения из плазмы квазипродольных волн с частотой, близкой к ленгмюровской частоте электронов неподвижной плазмы. Раскачка осуществляется с помощью релятивистских электронных пучков с конечной поперечной скоростью, пронизывающих цилиндрический плазменный волновод, помещенный в сильное постоянное осевое магнитное поле $\vec{B}_o$. Плазма и пучок бесстолкновительные, холодные, однородные. В этих условиях пучок представляет собой поток осцилляторов. Пучок предполагается моноэнергетическим, причем плотность электронов пучка n_b много меньше плотности электронов неподвижной плазмы n_p.

I. Как известно, в вакуумном волноводе в условиях мазерного циклотронного резонанса (МЦР) возбуждаются чисто поперечные электромагнитные волны на циклотронной частоте электронов пучка $\omega_B = \Omega_e/\gamma$, где $\Omega_e = eB_o/m_oc$, $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор, u – скорость электронов пучка. Возбуждение таких волн, как показано в работе /I/, становится значительно эффективнее при заполнении волновода разреженной плазмой, такой, что ленгмюровская частота электронов неподвижной плазмы ω_p много меньше ω_B. Оказывается, что в редкой плазме (где все же $n_p \gg n_b$) в подобных условиях можно возбуждать почти продольные колебания с частотой порядка ω_p и с инкрементом нарастания, который может превзойти соответствующий инкремент для возбуждаемых в условиях МЦР поперечных волн. Обнадеживает и сделанная в настоящей работе оценка к.п.д. преобразования кинетической энергии электронов пучка в энергию электромагнитного излучения возбуждаемых квазипродольных колебаний.

Исследовавшийся в работе /2/ спектр произвольных (непотенциальных) волн в плазме, полностью заполняющей цилиндрический волновод с металлическими стенками, помещенный во внешнее постоянное осевое магнитное поле, не удается записать в явном виде по причине сложности дисперсионного уравнения. Но в ряде представляющих практический интерес случаев последнее сводится к простым "вырожденным" уравнениям

$$J_1(k_1 R) = 0, \quad J_1'(k_1 R) = 0. \qquad (I)$$

Здесь R - радиус волновода, J_1 и J_1' - соответственно функция Бесселя первого рода и ее производная по аргументу, k_1 - действительный корень квадратного уравнения, решение которого имеет вид:

$$k_{1,2}^2 = \frac{1}{2\varepsilon_1}\left\{(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)k'^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_2^2 \pm \right.$$

$$\left. \pm \sqrt{\left[(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)k'^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_2^2\right]^2 + 4k_z^2\varepsilon_3\varepsilon_2^2\frac{\omega^2}{c^2}}\right\}, \qquad (2)$$

где $k'^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1 - k_z^2$, k_z - продольное волновое число, ε_1, ε_2 и ε_3 - компоненты тензора диэлектрической проницаемости системы

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \qquad (3)$$

Следствием соотношений (I) и (2) является дисперсионное уравнение

$$\varepsilon_3(k'^4 - \varepsilon_2^2 k^4) - k_\perp^2\left[(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)k'^2 - \varepsilon_2^2 k^2\right] + \varepsilon_1 k^4 = 0, \qquad (4)$$

где $k^2 = \omega^2/c^2$, $k_\perp^2 = \frac{\mu_{sl}^2}{R^2}, \frac{\mu_{sl}'^2}{R^2}$, μ_{sl} и μ_{sl}' - нули функций

Бесселя J_1 и J_1'.

2. Соотношение (4) все еще весьма сложно для анализа. Оно значительно упрощается в трех случаях: I) $k_\perp \ll k_z$, 2) $k_\perp \gg k_z$ и 3) $k \gg k_z$. Нас будет интересовать последний, когда фазовая скорость волн намного меньше скорости света. Решения ищем в виде:

$$\omega = k_z u_\parallel - \omega_B + \delta, \tag{5}$$

где $|\delta| \ll \omega$, $u_\parallel$ – продольная компонента скорости электронов пучка $(u^2 = u_\parallel^2 + u_\perp^2)$. Если $\omega \ll k_z c$, то (4) сводится к соотношению, по виду напоминающему уравнение для потенциальных колебаний

$$\varepsilon_3 k_z^2 + \varepsilon_1 k_\perp^2 = 0. \tag{6}$$

Компоненты ε_1 и ε_3 найдем из известного выражения для тензора диэлектрической проницаемости, приведенного, например, в /3/ (соотношение П.24). При выполнении неравенства

$$k_\perp u_\perp \ll \omega_B \tag{7}$$

упомянутое соотношение для ε_{ij} применимо и для рассматриваемого случая цилиндрической геометрии. В случае δ-образного распределения электронов по импульсам

$$F = \frac{1}{2\pi p_{\perp o}} \delta(p_\perp - p_{\perp o})\delta(p_\parallel - p_{\parallel o}) \tag{8}$$

для ε_1 и ε_3 получаем

$$\varepsilon_1 = 1 - \sum \frac{\omega_p^2}{2\omega^2\gamma} \left\{ \frac{2(\omega - k_z u_\parallel)^2}{(\omega - k_z u_\parallel)^2 - \omega_B^2} + \frac{u_\perp^2 (k_z^2 - \omega^2/c^2)\left[(\omega - k_z u_\parallel)^2 + \omega_B^2\right]}{\left[(\omega - k_z u_\parallel)^2 - \omega_B^2\right]^2} \right\}, \tag{9}$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \sum \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_z u_\parallel)^2 \gamma} \left(1 - \frac{u_\parallel^2}{c^2}\right). \tag{I0}$$

Суммирование проводится по электронам пучка и неподвижной плазмы.

Подставляя (9) и (I0) в (6), находим спектр резонансных колебаний при условии (5) для случая $\omega \ll \omega_B$

$$\omega_o^2 = \omega_p^2 \frac{k_z^2}{k^2}\left(1 - \frac{k_\perp^2}{k^2}\frac{\omega_p^2}{\Omega_e^2}\right), \qquad (II)$$

где $\omega = \omega_o + \delta$, $k^2 = k_z^2 + k_\perp^2$, и инкремент их нарастания

$$\mathrm{Im}\delta = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{n_b}{\gamma n_p}\frac{k_\perp^2 u_\perp^2}{\omega_p^2}\frac{k_z}{k}\right)^{1/3}\omega_p. \qquad (I2)$$

Последнее соотношение предполагает выполнение неравенства $\omega_B^2 \gg \omega_p^2$.

Если $k_\perp \sim k_z$, то спектр (II) сильно зависит от номера моды колебания (от $\mu_{sl} = k_\perp R$), и главную моду легко выделить из спектра возбуждаемых волн. При этом для выполнения (7) в условиях резонанса (5) в редкой плазме $(\omega_B \gg \omega_p \sim \omega)$ необходимо, чтобы поперечная составляющая скорости электронов пучка $u_\perp$ была меньше продольной. Наконец, анализируя условие существования вырожденных решений, приходим к выводу, что оно совпадает с принятым допущением $\omega \ll k_z c$, и при этом существуют решения только первого типа $J_1(k_\perp R) = 0$, т.е. $k_\perp = \mu_{sl}/R$.

3. Сравнивая (I2) с характерным инкрементом для МЦР ($\mathrm{Im}\delta = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{\omega_b^2}{\Omega_e^2}\frac{u_\perp^2}{c^2}\right)^{1/3}\Omega_e$, где ω_b - ленгмюровская частота электронов пучка), находим условие, когда инкремент (I2) больше инкремента МЦР:

$$\frac{k_\perp^2 c^2}{\Omega_e \omega_p}\frac{k_z}{k} > 1. \qquad (I3)$$

Заметим, что в случае релятивистских скоростей электронов пучка $(u \sim c)$ из (I3) следует $k_\perp u_\parallel \gg \omega_p$. При выполнении этого неравенства не возбуждаются квазипродольные колебания со спектром $\omega^2 = \omega_p^2 - k_\perp^2 u_\parallel^2$ на черенковском резонансе $\omega = k_z u_\parallel$, которые в противоположном предельном случае $(k_\perp u_\parallel \ll \omega_p)$ могли бы подавить колебания со спектром (II).

Оценим максимальную амплитуду поля волны, воспользовавшись результатами работы /4/, согласно которым при

$$|\delta| = \Delta\omega \tag{I4}$$

(где $\Delta\omega$ – изменение частоты, связанное с изменением скорости электронов пучка) условие резонанса (5) нарушится и усиление волны прекратится. Из (I4) и (5) найдем

$$\Delta\gamma_{max} = |\delta| (\gamma/\Omega_e)^2 \left[1 + (u_\parallel/c\gamma)^2\right]^{-1},$$

а с другой стороны, для почти продольного поля можно написать

$$E^2/8\pi \simeq n_b m_0 c^2 \Delta\gamma_{max} (2 - 1/\gamma). \tag{I5}$$

Справа в (I5) стоит изменение кинетической энергии электронного пучка, приходящейся на единицу объема $(n_b mc^2(\gamma - 1))$, связанное с изменением скорости пучка и γ. Рассчитывая, подобно /2/, z-компоненту вектора Пойнтинга

$$P_z = \frac{c}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r dr \overline{(E_r B_\varphi - B_r E_\varphi)}$$

с помощью приведенных там же выражений для полей E_r, B_φ, B_r, E_φ и относя полученную величину к потоку кинетической энергии электронов пучка, найдем коэффициент полезного действия η преобразования кинетической энергии пучка в энергию электромагнитного излучения

$$\eta \simeq \frac{\sqrt{3}(2\gamma - 1)}{2(\gamma - 1)} \left(\frac{n_b}{n_p \gamma} \frac{k_\perp^2 u_\perp^2}{\omega_p^2} \frac{k^2}{k_z^2} \right)^{1/3} \frac{k_\perp^2}{k^2} \frac{\omega_p^2}{\omega_B^2} \frac{J_1^2(\mu_{os})}{(1 + (u_\parallel^2/c^2\gamma^2))}. \tag{I6}$$

Поступила в редакцию
6 сентября 1976 г.

Литература

1. В. И. Кременцов, М. С. Рабинович, А. А. Рухадзе, П. С. Стрелков, А. Г. Шкварунец, ЖЭТФ, 69, 1219 (1975).
2. B. I. Aronov, L. S. Bogdankevich, A. A. Ruchadze, Plasma Phys., 18, 101 (1976).
3. А. Б. Михайловский, Теория плазменных неустойчивостей, Атомиздат, М., 1971 г.
4. Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, В. Г. Рухлин, ЖТФ, 47, № 3, 482 (1977).