Краткие сообщения по физике № 7 1977

НЕЛИНЕЙНАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ СЛОЯ ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЫ

А. Б. Владимирский, В. П. Силин, А. Н. Стародуб

УДК 533.95

Найдено точное решение нелинейной задачи о проникновении через плазму электромагнитного поля с частотой, близкой к электронной ленгмюровской. Определены параметры плазменных слоев, становящихся прозрачными в результате стрикционного воздействия излучения большой мощности.

Перераспределение плотности электронов плазмы в результате стрикционного воздействия мощного излучения согласно /I/ является причиной нелинейного проникновения этого излучения в плазму, плотность которой больше критического значения. Применительно к случаю воздействия излучения на слой плотной плазмы такое изменение локальной плотности может приводить к нелинейному просветлению этого слоя. Поэтому ниже в пренебрежении диссипативными эффектами изучаются условия, когда слой плазмы, непрозрачный при малой интенсивности излучения, становится прозрачным для мощного излучения.

В условиях нормального падения электромагнитной волны на слой плазмы, ограниченной плоскостями $x = 0$ и $x = L$, поле внутри этого слоя определяется уравнением (ср. /I/):

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E(x,t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left\{\left[1 - \frac{N}{N_c} f(E^2(x))\right] E(x,t)\right\} = 0, \qquad (I)$$

где поле $E(x,t)$ представлено в виде $E(x,t) = E(x)\sin[\omega t + \varphi(x)]$,

$N = N_e L\left\{\int\limits_0^L dx f(E^2(x))\right\}^{-1}$, N_e – плотность электронов в отсутствие электрического поля, $f(E^2(x)) = \exp\left[-E^2(x)E_p^{-2}\right]$ – функция распределения электронов в поле падающей волны, $E_p = \sqrt{8\pi\omega^2 m_e/e^2}$,

T – температура плазмы, m_e и e – масса и заряд электрона, ω – частота падающей волны, $N_c = (\omega^2 m_e/4\pi e^2)$ – критическая плотность, c – скорость света в вакууме.

Электрическое поле в вакууме представим в следующем виде:

$$E(x,t) = \begin{cases} E_0\left[\cos(\omega t - kx) + R\cos(\omega t + kx + \psi_{отр})\right], \; x<0, \\ DE_0\cos(\omega t - kx + \psi_{пр}), \; x>L. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь E_0 – амплитуда падающей волны, $\psi_{отр}$ и $\psi_{пр}$ – фазы отраженной от слоя и прошедшей через него волн, R и D – коэффициенты отражения и прохождения, $k = \omega/c$.

Для выявления интересующей нас нелинейной прозрачности слоя плазмы, когда $D = 1$ (соответственно, $R = 0$), достаточно приближения слабой нелинейности, когда всюду внутри слоя $E^2(x) \ll E_p^2$. Ограничиваясь таким приближением, получим, что $f\left[E^2(x)\right] = 1 - E^2(x)E_p^{-2}$.

Используя для решения уравнения (I) метод, развитый в работе /I/, а также сшивая поле внутри слоя с полем в вакууме, взятым в виде (2), с помощью граничных условий непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей, получим следующее уравнение для коэффициента прохождения электромагнитной волны через слой плазмы:

$$D^{-2} = 1 + \frac{p^6(r_3 - 1)^2 sn^2(p,AL)}{4\left[1 - p^2 sn^2(p,AL)\right]^2\left[1 - r_3p^2 sn^2(p,AL)\right]} \times$$
$$\times \left[sn^2(p,AL) + n\alpha r_3/p^2\right]\left[(1 + n\alpha r_3)/p^2 - sn^2(p,AL)\right]. \tag{3}$$

Здесь $n = N/N_c$, $\alpha = (E^2(L)/2E_p^2) = (D^2E_0^2/2E_p^2)$,

$$p = \left[(r_2 - 1)(r_2 - r_3)\right]^{1/2}, \quad A = k\left[n\alpha(r_2 - r_3)\right]^{1/2},$$

$$r_{2,3} = \left\{n - 1 - n\alpha \pm \left[(n - 1 - n\alpha)^2 + 4n\alpha\right]^{1/2}\right\}(2n\alpha)^{-1},$$

а $sn(p,x)$ – эллиптический синус.

В силу предположения о большой плотности плазмы $n>1$ и благодаря положительности функции распределения имеем $(1+n\alpha r_3)p^{-2}>1$. Так как $\mathrm{sn}(p,x)\leqslant 1$, то из уравнения (3) следует, что $D\leqslant 1$, причем знак равенства достигается только в том случае, когда $\mathrm{sn}(p,AL)=0$. Отсюда следует, что для внешнего поля с частотой ω и амплитудой E_o будет прозрачным слой плазмы толщиной

$$L = 2m\left\{\left(n-1-n\frac{E_o^2}{2E_p^2}\right)^2 + 2n\frac{E_o^2}{E_p^2}\right\}^{-1/4} K(p)\,\frac{c}{\omega}, \qquad (4)$$

где m – натуральное число, $K(p)$ – полный эллиптический интеграл первого рода.

Уравнение (3), а вместе с ним и выражение (4), полученное при разложении функции распределения по степеням поля, является точным, если плотность плазмы мало отличается от критической, т.е. $n-1\ll 1$.

Используя определение величины n, получим, что $n=n_o(1+\alpha\delta)$, где $n_o=N_e/N_c$, а δ выражается через полные эллиптические интегралы первого и второго родов:

$$\delta = 2(r_2-r_3)E(p) + 2r_3K(p). \qquad (5)$$

Поскольку $E^2(x)\ll E_p^2$, то $\alpha\delta\ll 1$, что отвечает близости n_o к n. Поэтому из формулы (4) можно получить более простые выражения для толщины прозрачного слоя в зависимости от соотношения между n_o-1 и E_o/E_p.

В случае, когда плотность плазмы не слишком близка к критической ($E_o/E_p\ll n_o-1\ll 1$), имеем $p^2\simeq 1-n^2(n-1)^{-1}E_o^2(2E_p)^{-2}$, где второе слагаемое много меньше единицы. Поэтому используя соответствующую асимптотику функции $K(p)$, из уравнения (4) получим

$$L = (m/\pi)(n_o-1)^{-1/2}\lambda\ln\left[(n_o-1)E_p/E_o\right], \qquad (6)$$

где $\lambda=2\pi/k$ – длина волны в вакууме. Отметим, что формула (6) отличается от результата работы /2/ множителем n_o-1 под знаком логарифма. Это приводит к уменьшению толщины прозрачного слоя по сравнению с результатом /2/.

В случае, когда $n_o - 1 \ll E_o/E_p \ll 1$, толщина прозрачного слоя определяется формулой ($p^2 = 0,83$)

$$L = (m/\pi)2^{1/4}p(1-p^2)^{1/2}K(p)(E_p/E_o)^{1/2}\lambda \cong 1,04(m/\pi)(E_p/E_o)^{1/2}\lambda. \quad (7)$$

При этом $\delta = 1,23E_p/E_o$. Из формулы (7) видно, что при приближении плотности плазмы к критической толщина прозрачного для падающей волны слоя зависит от ее амплитуды уже не логарифмическим, как в случае (6), а степенным образом. Это приводит к тому, что при увеличении амплитуды падающей волны толщина прозрачного слоя уменьшается быстрее, чем в случае (6). Отметим в заключение, что зависимость $L(E_o)$, аналогичная формуле (7), но отличающаяся от нее численным множителем, была получена независимо в работе /3/. Это отличие обусловлено тем, что в работе /3/ вместо использовавшегося нами больцмановского распределения электронов в поле высокочастотного потенциала была взята модельная функция распределения $f = (1 + E_o^2/E_p^2)^{-2}$.

Поступила в редакцию
23 марта 1977 г.

Литература

1. В. П. Силин, ЖЭТФ, 53, 1662 (1967).
2. В. А. Миронов, изв. ВУЗов, "Радиофизика", 14, 1450 (1971).
3. Л. М. Горбунов, К. Зауэр, Физика плазмы, 3, (1977) (в печати).