# ПЕРЕНОРМИРОВКА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ЧАСТИЦ С ОДИНАКОВЫМИ КВАНТОВЫМИ ЧИСЛАМИ

С. В. Ерохин, В. Я. Файнберг

УДК 530.145

Получена система перенормированных уравнений Швингера-Дайсона в случае теории поля n скалярных частиц с одинаковыми квантовыми числами.

I. В последнее время значительный интерес вызывает рассмотрение частиц с одинаковыми квантовыми числами в рамках релятивистской квантовой теории поля. Необходимость такого описания связана с открытием целого ряда таких частиц ($\rho^0$—мезон, фотон и $\psi$—мезон, $\omega$- и $\varphi$—мезоны и др.). Семейства частиц с одинаковыми квантовыми числами появляются и в различных моделях квантовой теории поля.

Из работ, посвященных теории поля при наличии частиц с одинаковыми квантовыми числами, следует отметить работы /I,2/, посвященные описанию $\rho^0$—мезона и фотона, работы /3,4/, рассматривающие смешивание $\omega$- и $\varphi$-мезонов, а также /5,6/, где авторы рассматривают теорию поля n скалярных частиц с одинаковыми квантовыми числами.

В настоящей работе, в развитие /5,6/, мы проведем перенормировку непосредственно в самих уравнениях Швингера-Дайсона, что выглядит более естественно и последовательно по сравнению с /5,6/.

2. Рассмотрим модель теории поля с лагранжианом:

$$L = L^0 + L^{вз} + L^{вн};$$

$$L^0 = L^{б} + L^{\Phi};$$

$$L^{б} = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^{n} \left[ \frac{\partial\varphi_i}{\partial x_m} \frac{\partial\varphi_k}{\partial x^m} \delta_{ik} - \mu^2_{oik} \varphi_i \varphi_k \right];$$

$$L^{вз} = \sum_{i=1}^{n} j_i(x)\varphi_i(x);$$

$$j_i(x) = \frac{i}{2} g_{oi} Sp\ \gamma\left[\bar{\psi}(x)\psi(x) - \psi(x)\bar{\psi}(x)\right];$$

$$L^{вн} = \sum_{i=1}^{n} I_i(x)\varphi_i(x) + \bar{\eta}(x)\psi(x) + \bar{\psi}(x)\eta(x),$$

где $\eta(x)$ - источник фермионного поля, $g_{oi}$ - неперенормированные заряды, $I_i(x)$ - источник бозонного поля, $L^{Ф}$ - свободный лагранжиан спинорного поля.

Мы не уточняем вид взаимодействия и вариантность поля (например, для электродинамики $\gamma = \gamma^m$ и $\varphi_i = A_m$). Матрица $\mu_{oik}$ может быть ортогональным преобразованием приведена к диагональному виду $\mu_{oik} = \mu_{oi}\delta_{ik}$, причем диагональность первого члена при этом не нарушается.

Методом, аналогичным изложенному, например, в /7/, можно получить систему уравнений для функций Грина и вершинной части, которая в импульсном представлении при отсутствии внешних источников принимает вид:

$$\left[-\gamma^m p_m + m_o + \Sigma(p)\right]G(p) = 1;$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left[(-k^2 + \mu_{oj})\delta_{jr} - \Pi_{rj}(k^2)\right]D_{jk}(k^2) = \delta_{rk};$$

$$\Sigma(p) = -\frac{i}{(2\pi)^4}\sum_{i,k=1}^{n} g_{oi}g_{ok}\int \gamma G(p+k)\Gamma(p+k,\ k)D_{ki}(k)d^4k;$$

$$\Pi_{ik}(k) = -\frac{i}{(2\pi)^4} g_{oi}g_{ok} Sp\int \gamma G(p+k)\Gamma(p+k,\ k)G(p)d^4p; \quad \text{(I)}$$

$$g_{ok}\Gamma(p,\ k,\ k_1) =$$

$$= g_{ok}\gamma\delta(p-k-k_1) - \left.\frac{\delta\Sigma(p,\ k)}{\delta i\langle\varphi_k(k_1)\rangle_o}\right|_{\langle\varphi_k(k_1)\rangle_o=0}$$

где $$G(x, x') = iT\langle\psi(x)\bar{\psi}(x')\rangle_o\Big|_{I=\eta=\bar{\eta}=0};$$

$$D_{ik}(x, x') =$$

$$= \left[iT\langle\varphi_i(x)\varphi_k(x')\rangle_o - i\langle\varphi_i(x)\rangle_o\langle\varphi_k(x')\rangle_o\right]\Big|_{I=\eta=\bar{\eta}=0};$$

$$\langle\varphi_i(x)\rangle_o = \frac{\langle S(\infty)\varphi_i(x)\rangle_o}{\langle S(\infty)\rangle_o}\Bigg|_{I=\eta=\bar{\eta}=0}.$$

Перенормированные величины выражаются через неперенормированные следующим образом:

$$
\begin{gathered}
G' = GZ_2^{-1}; \quad D_{ik} = \sum_{i',k'=1}^{n} Z_{3ii'}^{-1/2} D_{i'k'} Z_{3k'k}^{-1/2}; \\
\psi' = \psi Z_2^{-1/2}; \quad \varphi_i' = \sum_{i'=1}^{n} \varphi_{i'} Z_{3i'i}^{-1/2}; \\
\Sigma' = \Sigma Z_2; \quad \Pi_{ik}' = \sum_{i',k'=1}^{n} Z_{3ii'}^{1/2} \Pi_{i'k'} Z_{3k'k}^{1/2}; \\
g_k = \sum_{k'=1}^{n} g_{ok'} Z_1^{-1} Z_2 Z_{3k'k}^{1/2}; \quad \Gamma' = Z_1\Gamma.
\end{gathered}
\tag{2}
$$

Подставив данные выражения в (I), после некоторых преобразований можно получить (штрихи в дальнейшем опускаем):

$$\left[-\gamma^m p_m + m + \Sigma^R(p)\right]G(p) = 1;$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left[(-k^2 + \mu_j^2)\delta_{jr} - \Pi_{jr}^R(k^2)\right]D_{jk}(k) = \delta_{rk};$$

$$\Sigma(p) = -\frac{i}{(2\pi)^4} Z_1 \sum_{i,k=1}^{n} g_i g_k \int \gamma G(p+k)\Gamma(p+k, k) D_{ki}(k) d^4k;$$

$$\Pi_{ik}(k) = -\frac{i}{(2\pi)^4} Z_1 g_i g_k Sp \int \gamma G(p+k)\Gamma(p+k, k) G(p) d^4p; \tag{3}$$

$$g_k\Gamma(p,\ k,\ k_1) =$$

$$= Z_1 g_k \delta(p - k - k_1) - \left.\frac{\delta\Sigma(p,\ k)}{\delta i\langle\varphi_k(k_1)\rangle_o}\right|_{\langle\varphi_k(k_1)\rangle_o=0} .$$

Константы перенормировки и перенормированные массы определяются следующим образом:

$$m_o Z_2 + \Sigma(m) = mZ_2;$$

$$Z_2 = 1 + \left.\frac{\partial\Sigma(p)}{\partial(\gamma^m p_m)}\right|_{\gamma^m p^m = m} ;$$

$$\Sigma^R(p) = \Sigma(p) - \Sigma(m) - \left.\frac{\partial\Sigma(p)}{\partial(\gamma^m p_m)}\right|_{\gamma^m p_m = m} (\gamma^m p_m - m);$$

$$\sum_{r=1}^{n} Z_{3ir}^{1/2}\mu_{or}^2 Z_{3rj}^{1/2} - \Pi_{ij}(\mu_i^2) = Z_{3ij}\mu_i^2; \tag{4}$$

$$Z_{3ij} = \delta_{ij} - \frac{\Pi_{ij}(\mu_i^2) - \Pi(\mu_j^2)}{\mu_i^2 - \mu_j^2};$$

$$\Pi_{ij}^R(k^2) = \Pi_{ij}(k^2) - \Pi_{ij}(\mu_i^2) - \frac{\Pi_{ij}(\mu_i^2) - \Pi_{ij}(\mu_j^2)}{\mu_i^2 - \mu_j^2}(k^2 - \mu_i^2);$$

$$g_k = Z_1 g_k - \frac{1}{4}\,\mathrm{Sp}\gamma \left.\frac{\delta\Sigma(p_o,\ k_o)}{\delta i\langle\varphi_k(k_1)\rangle_o}\right|_{\langle\varphi_k(k_1)\rangle_o = 0} .$$

Система (3) перенормирована полностью. Очевидно, что при наличии только одного сорта частиц уравнения (4) переходят в обычные.

Вообще говоря, в рассмотренной модели, возникают расходимости, обусловленные 4-бозонным взаимодействием. Поэтому в исходный лагранжиан необходимо добавить члены вида

$$\sum_{i,j,k,l=1}^{n} \lambda^{o}_{ijkl}\varphi_i\varphi_j\varphi_k\varphi_l .$$

Учет этих членов не вносит существенных изменений в процедуру перенормировки, а константа $\lambda^{o}_{ijkl}$ перенормируется следующим образом:

$$\lambda_{ijkl} = \sum_{i',j',k',l'=1}^{n} \lambda^{o}_{i'j'k'l'} \cdot Z^{1/2}_{3ii} \cdot Z^{1/2}_{3jj} \cdot Z^{1/2}_{3kk} \cdot Z^{1/2}_{3ll} \cdot Z,$$

где $Z$ есть константа перенормировки 4-бозонной одночастично-неприводимой вершинной функции.

4. Развитый формализм может быть применен к описанию процессов с участием реальных частиц с одинаковыми квантовыми числами, например, $\rho^{o}$-мезона и фотона.

Представляет интерес обобщение полученного формализма на систему частиц, включающую фермионы с одинаковыми квантовыми числами, а также исследование соответствующих уравнений ренорм-группы.

Поступила в редакцию
20 апреля 1977 г.

## Литература

1. Ю. А. Кобзарев, Л. Б. Окунь, И. Я. Померанчук, ЖЭТФ, 41, 495 (1965).
2. G. Feldman, P. Matthews, Phys. Rev., 132, 823 (1963).
3. A. J. MacFarlane, R. H. Socolow, Phys. Rev., 144, 1194 (1966).
4. S. Colemann, J. H. Schnitzer, Phys. Rev., 134, 863 (1964).
5. М. А. Браун, А. Г. Изергин, ЯФ, 10, 873 (1969).
6. А. Г. Изергин. Кандидатская диссертация, Л., 1972 г.
7. Е. С. Фрадкин, Труды ФИАН, 29, 7 (1965).