*Краткие сообщения по физике № 11 1977*

# СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ МНОГОДОЛИННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

О. В. Долгов

УДК 537.312.62

**Показано, что в многодолинных полупроводниках существуют решения, имеющие неоднородную в импульсном пространстве энергетическую щель. Наличие фононов с энергией, большей фермиевской энергии в одной долине, может привести к существенному увеличению критической температуры.**

Наличие в вырожденном полупроводнике нескольких долин в импульсном пространстве и отличие внутридолинного взаимодействия от междолинного приводит к ряду интересных следствий. В данной работе показано, что в такой системе кроме решения, соответствующего однородному значению параметра порядка (см. /I/), существует ряд решений, в которых сверхпроводящая щель является неоднородной величиной. Эти решения, в отличие от однородного, существующего лишь в случае притяжения между электронами, могут реализовываться и при отталкивании, если междолинное взаимодействие будет больше по модулю внутридолинного. Кроме того получено, что возбуждения (фононы, экситоны и т.п.) с энергией значительно большей энергии Ферми в одной долине приводят к усилению междолинного притяжения и, следовательно, к повышению критической температуры.

I. Полупроводник с несколькими долинами, появление которых есть следствие существования кристаллической решетки, представляет собой неоднородную систему. Рассмотрение сверхпроводимости неоднородного и анизотропного вещества в случае слабой связи [x)] было выполнено в работе /2/.

---

[x)] В вырожденных полупроводниках параметр взаимодействия $r_s = (3/4\pi)^{1/3} m^* e^2/\varepsilon_0$ ($m^*$ – приведенная масса, $\varepsilon_0$ – статическая диэлектрическая проницаемость) является малым, поэтому можно пользоваться приближением слабой связи.

Представим полное взаимодействие между электронами в виде: $V(\vec{k},\vec{k}') = V^i(\vec{k},\vec{k}')$, если импульсы $\vec{k}$ и $\vec{k}'$ принадлежат одной долине, и $V(\vec{k},\vec{k}') = V^e(\vec{k},\vec{k}')$, если они находятся в разных долинах. (В этом разделе для простоты не будем учитывать различия характерных фононных и электронных частот). В случае эквивалентных параболических долин имеем (см. /2/)

$$T_c \sim \exp(-1/g), \quad \text{если} \quad g > 0, \tag{I}$$

$$g\Delta_n + \sum_{n'=1}^{N} N_{n'}(0) V_{nn'} \Delta_{n'},$$

где

$$V_{nn'} = \langle V^i(\vec{k},\vec{k}')\rangle \delta_{nn'} + \langle V^e(\vec{k},\vec{k}')\rangle (1 - \delta_{nn'}).$$

(Здесь $n$ - номер долины $(n = 1,2,\ldots N)$, $N_n(0)$ - плотность состояний $n$-ной долины, $\langle\ldots\ldots\rangle$ - усреднение по поверхности Ферми.) Уравнению (I) удовлетворяет однородное решение $(\Delta_n = \Delta)$, соответствующее константе связи (см. /I/)

$$g = - N_n(0)\left[\langle V^i(\vec{k},\vec{k}')\rangle + (N - 1)\langle V^e(\vec{k},\vec{k}')\rangle\right]. \tag{2}$$

Однако кроме этого у системы (I) существует еще $(N - 1)$ решений

$$g = - N_n(0)\left[\langle V^i(\vec{k},\vec{k}')\rangle - \langle V^e(\vec{k},\vec{k}')\rangle\right], \tag{3}$$

которые удовлетворяют условию

$$\sum_{n=1}^{m} \Delta_n = 0, \; \Delta_{m+1} = \Delta_{m+2} = \ldots = \Delta_N = 0 \quad (m = 2,3,\ldots N).$$

Такие же условия получаются при решении другой неоднородной задачи - о сверхпроводимости тонкой пленки /3/. Следуя этой работе, в качестве $\Delta_n$ $(n = 1,2,\ldots,N)$ можно взять величины, пропорциональные корням $m$-ной степени из единицы

$$\Delta_n = \Delta \exp(2\pi i n/m), \quad \text{где} \quad m = 2,3,\ldots N.$$

Это соответствует неоднородному значению фазы параметра порядка.

Из выражений (2) и (3) следует, что без учета подавления кулоновского взаимодействия за счет сильного различия фононных и электронных энергий однородное решение может существовать лишь в случае межэлектронного статического притяжения (при этом решение (3) будет соответствовать существенно меньшим $T_c$), в то время как решение (3) – даже при отталкивании, если междолинное взаимодействие будет больше внутридолинного. Следует отметить, что эти же выражения можно получить, рассматривая полупроводник в схеме расширенных зон.

2. Рассмотрим случай, когда в полупроводнике существуют фононы с характерной частотой $\Omega \gg \varepsilon_F$, где $\varepsilon_F = k_F^2/2m^*$ – фермиевская энергия в одной долине (однако $\Omega \ll E_F$, где $E_F$ – фермиевская энергия в расширенной зоне Бриллюэна).

В случае наличия двух сильно несоизмеримых характерных энергий $\xi_1$ и $\xi_2$ критическая температура $T_c$ дается следующим приближенным выражением (см. /2/)

$$T_c \simeq \xi_1 \exp(-1/g); \quad g = -\left(R^{(1)}(0,0) + \frac{R^{(2)}(0,0)}{1 + R^{(2)}(0,0) \ln \frac{\xi_2}{\xi_1}}\right), \quad (4)$$

где $R^{(1,2)}$ – спадающие при энергиях $\xi_1$ и $\xi_2$, соответственно, части эффективного "спаривательного" взаимодействия *)

$$R(\xi, \xi') = \frac{N_n(\xi)}{2k(\xi)k(\xi')} \left[ \int\limits_{|k(\xi)-k(\xi')|}^{k(\xi)+k(\xi')} q\,dq \left( A^i(q) - 2 \int\limits_0^\infty \frac{dE\,B^i(E,q)}{E + |\xi| + |\xi'|} \right) + \right.$$

$$+ (N-1) \int\limits_{|k(\xi)-k(\xi')|}^{k(\xi)+k(\xi')} q\,dq \times$$

$$\left. \times \left( A^e(|\vec{q} + \vec{q}_0|) - 2 \int\limits_0^\infty \frac{dE\,B^e(E, |\vec{q} + \vec{q}_0|)}{E + |\xi| + |\xi'|} \right) \right].$$

Чтобы получить это выражение, мы воспользовались спектральным представлением

---

*) В этом разделе рассматривается только однородное решение (2).

$$V(\vec{k},\vec{k}',\omega) = A(\vec{k},\vec{k}') - \int_0^\infty \frac{dE^2\, B(E,\vec{k}-\vec{k}')}{E^2-\omega^2+i\eta},$$

усреднили взаимодействие по направлениям векторов $\vec{k}$ и $\vec{k}'$ ($\vec{k}-\vec{k}' = \vec{q}$ – для внутридолинных процессов и $\vec{k}-\vec{k}' = \vec{q}+\vec{q}_o$ – для междолинных, где $q_o$ – расстояние между долинами, причем $q_o \gg k_F$) и ввели новые переменные $\xi = k^2/2m^*_e - \varepsilon_F$.

Вычислим характерные частоты $\xi_1$ и $\xi_2$. Для внутридолинного взаимодействия, индуцированного фононами, имеющими для простоты эйнштейновский спектр с частотой $\Omega$, получим

$$R^i_{ph}(0,\xi) = -\frac{2\pi\alpha^2 N_n(\xi)}{k_F k(\xi)} \ln\left|\frac{k_F+k(\xi)}{k_F-k(\xi)}\right| \frac{\Omega}{\Omega+|\xi|},$$

($\alpha$ – константа электрон-фононного взаимодействия). Из этого выражения видно, что независимо от частоты фонона внутридолинное взаимодействие спадает на энергии $\varepsilon_F$ из-за геометрических факторов рассеяния. Аналогично, легко показать, что $R^i_c$ спадает также на $\varepsilon_F$. Междолинное фононное взаимодействие дается выражением

$$R^e_{ph}(0,\xi) = -\frac{4\pi\alpha^2 N_n(\xi)}{q_o^2} \frac{\Omega}{\Omega+|\xi|}$$

и спадает на частоте $\Omega$. Таким образом $\xi_1 = \varepsilon_F$, $\xi_2 = \Omega$ [ж]. Вводя привычные обозначения $R_{ph} = -\lambda$, $R_c = \mu$, получим из (4)

$$T_c \simeq \varepsilon_F \exp(-1/g);\quad g = -\mu + \lambda^i + \frac{(N-1)\lambda^e}{1-(N-1)\lambda^e \ln\Omega/\varepsilon_F}.$$

Отсюда видно, что сильное различие в характерных частотах кулоновского и фононного взаимодействия, в отличие от обычного случая $\Omega_{ph} \ll \varepsilon_F$ (см. /4/), не подавляет кулоновское отталкивание, а увеличивает междолинное фононное взаимодействие. Это увеличе-

---

ж) Величина $R^e_c$ спадает на частоте $E_F$ (то есть определяется и валентными электронами), однако так как $R^e_c/R^i_c \sim k_F^2/q_o^2 \ll 1$, междолинным кулоновским взаимодействием можно пренебречь.

ние можно, согласно /5/, объяснить тем, что для образования пары электроны, прежде чем начать взаимодействовать, должны уйти от поверхности Ферми в область взаимодействия. Этот процесс является эффектом второго порядка по взаимодействию, и, следовательно, носит характер дополнительного притяжения.

Таким образом, создавая высокоэнергетические ($\Omega \gg \varepsilon_F$) возбуждения в многодолинных полупроводниках, можно увеличить критическую температуру сверхпроводящего перехода.

Поступила в редакцию
7 июля 1977 г.

## Литература

1. М. Коэн, Г. Глэдстоун, М. Йенсен, Дж. Шиффер, Сверхпроводимость полупроводников и переходных металлов, М., "Мир", 1972 г.
2. О. В. Долгов, Препринт ФИАН № 92, 1977 г.
3. Д. А. Киржниц, Е. Г. Максимов, ФММ, 22, 520 (1966).
4. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков, Новый метод в теории сверхпроводимости, М., изд. АН СССР, 1958 г.
5. Л. Н. Булаевский, В. Л. Гинзбург, Г. Ф. Жарков, Д. А. Киржниц, Ю. В. Копаев, Е. Г. Максимов, Д. И. Хомский, Проблема высокотемпературной сверхпроводимости, М., "Наука", 1977 г.