

ИНЖЕКЦИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ДРЕЙФОВОЕ ПРОСТРАНСТВО

А. М. Игнатов, А. А. Рухадзе

УДК 537.52

Путем численного решения кинетического уравнения для электронов исследована инжекция нерелятивистского электронного пучка в плоское пространство. Показано, что при инжекции сверхкритического тока большая часть тока отражается, причем как прошедший, так и отраженный ток оказывается модулированными во времени.

Хорошо известно, что стационарный режим прохождения пучка заряженных частиц через дрейфовое пространство существует только при токах, меньших некоторого критического. В общем случае динамика пучка описывается кинетическим уравнением с самосогласованным полем. Если вся система помещена в достаточно сильное продольное магнитное поле, а радиус пучка много больше продольных размеров системы, задача становится одномерной, то есть описывается системой уравнений:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{e}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial v} = 0,$$

$$\partial^2 \Phi / \partial z^2 = -4\pi e n(z) = -4\pi e \int_{-\infty}^{\infty} dv f(t, z, v),$$

$$\Phi|_{z=0} = \Phi|_{z=L} = 0, \tag{I}$$

$$f|_{t=0} = f_1(z, v), \quad f|_{z=0} = f_0(t, v),$$

где  $\Phi(z)$  — потенциал, создаваемый объемным зарядом пучка. Если  $f_0$  не зависит от времени, то, вводя плотность и скорость пучка на входе

$$n_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dv f_0(v), \quad v_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dv \cdot v \cdot f_0(v) / n_0$$

систему уравнений (I) можно обезразмерить заменой переменных:

$$\begin{aligned} t &\rightarrow tv_0/L, & z &\rightarrow z/L, & v &\rightarrow v/v_0 \\ \Phi &\rightarrow e\Phi/mv_0^2 & f &\rightarrow v_0 f/n_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Теперь система уравнений (I) принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial v} &= 0 \\ \lambda^2 \Phi / \partial z^2 &= -\lambda^2 n(z), & n(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} dv f(t, z, v), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\Phi|_{z=0} = \Phi|_{z=1} = 0, \quad f|_{t=0} = f_1(z, v), \quad f|_{z=0} = f_0(v).$$

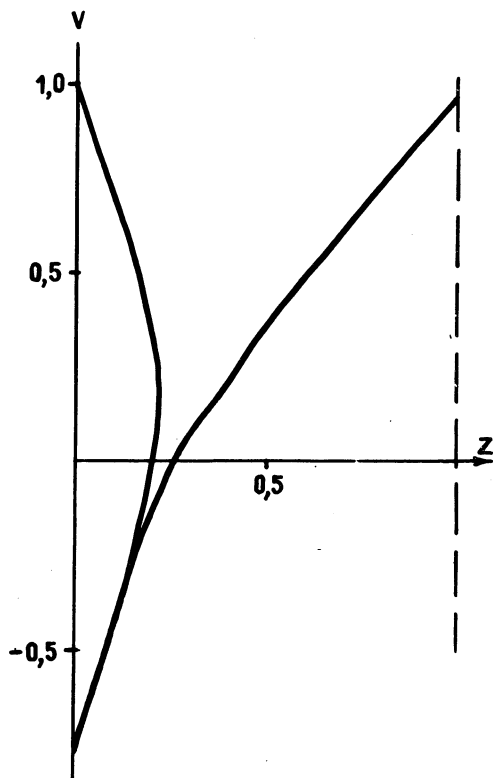
Здесь  $\lambda^2 = 4\pi e^2 n_0 L^2 / mv_0^2 = \omega_0^2 L^2 / v_0^2$  - безразмерный параметр, характеризующий при фиксированных  $t_0$  и  $z_1$  динамику системы. Если пучок моноэнергетический, то есть  $f_0(v) = \delta(v - 1)$ , то существуют два качественно различных стационарных решения системы уравнений (3).

Первая возможность соответствует прохождению пучка через дрейфовое пространство без появления частиц с отрицательной скоростью. В этом случае решение уравнений (3) надо искать в виде  $f(t, z, v) = n(t, z)\delta(v - u(t, z))$ , то есть, получаем систему уравнений одножидкостной гидродинамики, стационарное решение которой, как показывает анализ, существует при  $\lambda < 4/3$ . Это соответствует входному току, меньшему некоторого критического значения  $j_{вх} < j_{кр} = (4/9\pi)(mv_0^3/eL^2)$  при этом  $j_{вх}/j_{кр} = (9/16)\lambda^2$ . Этот случай был проанализирован В. Р. Бурсианом /1, 2/.

Вторая возможность соответствует образованию режима с виртуальным катодом, когда часть частиц отражается от дрейфового промежутка. Хотя в этом случае процесс должен быть существенно нестационарным, можно оценить величины прошедшего и отраженного токов исходя из стационарного решения системы уравнений (3) с функцией распределения вида:

$$f(t, z, v) = \begin{cases} n_1(z)\delta(v - u_1(z)) + n_2(z)\delta(v + u_2(z)), & \text{при } 0 < z < z_0; \\ n_3(z)\delta(v - u_3(z)), & \text{при } z_0 < z < 1, \end{cases} \quad (4)$$

где  $u_1(0) = 1$ ,  $u_1(z_0) = u_2(z_0) = u_3(z_0) = 0$ . Подставляя функцию распределения (4) в уравнения (3) и решая получившуюся систему уравнений, получаем для коэффициента прохождения

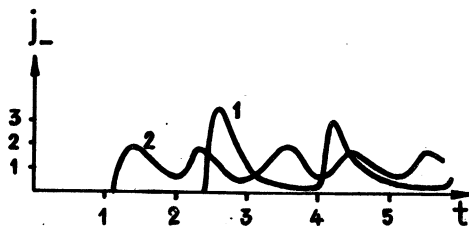


Р и с. I

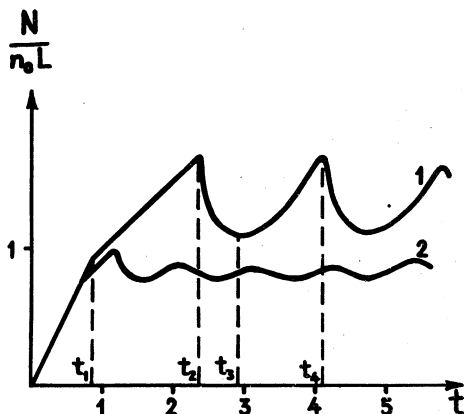
$$\xi = \frac{j_+}{j_0} = 1 - \left\{ 1 - \frac{2}{9\lambda^2} \left[ \frac{2}{9\lambda^2} + \sqrt{\frac{2}{9\lambda^2} + 2} \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (5)$$

где  $j_0 = u_1(z)u_1(z) = 1$  - входной ток, а  $j_+ = u_3(z)u_3(z) = \text{const}$  - выходной ток. Из анализа решения также видно, что координата виртуального катода  $z_0 \leq 0,5$ .

В нестационарном случае система уравнений (3) решалась численно методом макрочастиц. При этом полагалось  $f_1(z, v) = 0$ , а  $f_0(v) = \delta(v - 1)$  — то есть рассматривалась инжекция моноэнергетического пучка с резким фронтом в дрейфовое пространство. Типич-



Р и с. 2



Р и с. 3

ная картина распределения частиц на фазовой плоскости  $(v, z)$  при  $t > 1$  ( $\lambda = 4\sqrt{2}/3$ ,  $t = 3,435$ ) показана на рис. 1. Электроны расположены на кривых фазовой плоскости; в области виртуального катода сосредоточена большая часть частиц. Виртуальный катод образуется за время  $t \approx 1$  и совершает колебания с периодом  $T \approx 1$  вокруг положения равновесия, координата которого качественно совпадает с оценкой.

На рис. 2 представлена зависимость отраженного тока  $j_- = j_0 - j_+$  от времени при  $\lambda = 4\sqrt{2}/3$  (кривая 1) и  $\lambda = 4\sqrt{5}/3$  (кривая 2). Как и следовало ожидать из формулы (5), большая часть тока, вошедшего в систему, отражается от виртуального катода.

На рис. 3 показана зависимость полного числа частиц в системе от времени. Из рисунков видно, что токи и, следовательно, полное число частиц, зависит от времени по периодическому закону. Период колебаний  $T = 1,77$  при  $\lambda = 4\sqrt{2}/3$  (кривая 1) и  $T = 1,00$  при  $\lambda = 4\sqrt{5}/3$  (кривая 2).

Во времени процесс разворачивается следующим образом. До момента времени  $t_1$  происходит заполнение дрейфового пространства частицами. В момент  $t_1$  появляется выходной ток  $j_+$ . Одновременно происходит уменьшение минимальной скорости частиц; часть из них начинает двигаться в обратном направлении, образуется виртуальный катод и в момент времени  $t_2$  частицы достигают плоскости  $z = 0$  и появляется обратный ток. Число частиц в системе, в первую очередь, при  $z = 0$ , быстро уменьшается. Соответственно этому уменьшается напряженность поля при  $z = 0$  и обратный ток. В момент времени  $t_3$  полное число частиц начинает увеличиваться, образуется новое облако частиц со скоростью  $v \approx 0$  и в момент  $t_4$  все начинается сначала. Очевидно, что увеличение параметра  $\lambda$  означает эффективное увеличение заряда частиц, то есть, увеличивается напряженность электрического поля и период колебаний и глубина модуляции должны уменьшаться с ростом  $\lambda$ .

Таким образом, при прохождении сверхкритического тока через вакуумное дрейфовое пространство большая часть тока отражается, причем как отраженный, так и прошедший токи оказываются модулированными во времени.

Поступила в редакцию  
II июля 1977 г.

#### Л и т е р а т у р а

1. В. Л. Зинченко, Курс лекций по электронной оптике, изд. XIV, Харьков, 1961 г.
2. В. Р. Бурсиан, ЖРФХО, 51, 289 (1921).