Краткие сообщения по физике № 2 1976

ПОТОКИ ЭЛЕКТРОНОВ И ИХ ТРАЕКТОРИИ В НИЗКОЧАСТОТНОЙ ДРЕЙФОВОЙ ВОЛНЕ

В. И. Крылов

УДК 533.551

На основе анализа траекторий частиц замагниченной плазмы в заданной низкочастотной потенциальной волне конечной амплитуды получена нелинейная бесстолкновительная функция распределения электронов и проведена оценка их систематического потока, вызванного данной волной.

Многочисленные измерения показали, что в плазме существуют низкочастотные дрейфовые волны (см.,например, /I/), которые могут приводить к повышенным диффузионным потокам частиц /2/ - /5/.

Анализ дрейфовых траекторий частиц в такой волне с электрическим потенциалом $\Phi = \varphi(x)\cos(k_y y + k_z z + \alpha - \omega t)$ /I/ и прямом постоянном и однородном магнитном поле $\vec{B} = (0,0,B)$ позволяет построить нелинейную функцию распределения электронов, а также оценить их систематический поток в направлении неоднородности плазмы ($\varphi(x)$ - достаточно гладкая функция координаты x, вдоль которой плазма неоднородна; $\vec{B}$ направлено вдоль z; α - постоянная).

Дрейфовые уравнения /6/

$$\begin{aligned} d\vec{r}/dt &= v_{\parallel}\vec{B}/B + c\,[\vec{B}\nabla\Phi]/B^2 \\ dv_{\parallel}/dt &= -(e/m)(\partial\Phi/\partial z) \end{aligned} \qquad (I)$$

имеют два первых интеграла

$$C = x - k_y(v_{\parallel} - \omega/k_z)/k_z\omega_B$$

$$\mathcal{E}_{\parallel} = m(v_{\parallel} - \omega/k_z)^2/2 + e\Phi,$$

и их решения выражаются через квадратуры

$$t = (m\omega_B/k_y)\int R^{-1}dx + t_0$$

$$z = (m\omega_B^2 k_z/k_y^2)\int (x - C)R^{-1}dx + z_0$$

$$k_y y = \arccos\left[\mathcal{E}_\parallel f(x - C)/e\varphi(k)\right] - k_z z - \alpha,$$

где e, m, $v_\parallel$ - заряд, масса, продольная скорость частицы, c - скорость света, $\omega_B = eB/mc$,

$$R = \sqrt{[e\varphi(x)]^2 - [\mathcal{E}_\parallel f(x - C)]^2},$$

$$f(x - C) = 1 - (m\omega_B^2 k_z^2/2\mathcal{E}_\parallel k_y^2)(x - C)^2.$$

По характеру траекторий частицы можно разделить на пролетные ($\mathcal{E}_\parallel^2 > [e\varphi(C)]^2$) и захваченные ($\mathcal{E}_\parallel^2 < [e\varphi(C)]^2$). И те и другие имеют на оси x конечные области движения X_f и X_a, определяемые условием $R^2 \geqslant 0$ с соответствующими размерами

$$\Delta x_f = (k_y/k_z\omega_B)\left[\sqrt{2(\mathcal{E}_\parallel + e\varphi)/m} - \sqrt{2(\mathcal{E}_\parallel - e\varphi)/m}\right]$$

$$\Delta x_a = (2k_y/k_z\omega_B)\sqrt{2(\mathcal{E}_\parallel + e\varphi)/m}. \qquad (2)$$

Движение ведущего центра по X_f и X_a периодично с значениями периодов

$$\bar{t}_f = (2\sqrt{2}/k_z)\sqrt{m/(e\varphi + \mathcal{E}_\parallel)}\,K(\varkappa_f)$$

$$\bar{t}_a = (4/k_z)\sqrt{m/e\varphi}\,K(\varkappa_a) \qquad (3)$$

($K(\varkappa)$ - полный эллиптический интеграл первого рода, $\varkappa_a = \sqrt{(e\varphi + \mathcal{E}_\parallel)/2e\varphi}$, $\varkappa_f = \sqrt{2e\varphi/(e\varphi + \mathcal{E}_\parallel)}$, $e\varphi = e\varphi(C)$; в (2) и (3) предполагается, что $|d\ln\varphi/dx| \ll [\Delta x_{a,f}]^{-1}$).

Подобно "бананам", удобно рассматривать дрейфовые траектории ведущего центра в волне, как целые частицы с проекциями размеров (2) и центра

$$\bar{x} = \int_{X_{a,f}} xR^{-1}dx \Big/ \int_{X_{a,f}} R^{-1}dx$$

на ось x, а также продольной скоростью $\bar{v}_\parallel = \omega/k_z + \omega_B(k_z/k_y) \times (x - C)$, которая для захваченных частиц, вообще говоря, не равна ω/k_z, т.е. захваченные частицы проскальзывают вдоль волны.

Так как $\bar{x} = \bar{x}(C, \mathcal{E}_\parallel)$, то по аналогии с тем, как это делается в линейной теории дрейфовых волн /7/, /8/ (см. литературу там же), напишем:

$$F = \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{3/2} n(\bar{x}) \exp\left\{ - \left[\mathcal{E}_\perp + \mathcal{E}_\parallel + \delta \frac{m\omega}{k_z} \sqrt{\frac{2}{m} \mathcal{E}_\parallel} + \frac{m}{2} \left(\frac{\omega}{k_z}\right)^2 \right] T^{-1} \right\}, \quad (4)$$

где $\mathcal{E}_\perp = mv_\perp^2/2$, $\delta = (v_\parallel - \omega/k_z)/|v_\parallel - \omega/k_z|$ обращается в ноль при $E_\parallel < 0$. Ограничиваясь линейным приближением в разложении (4) по степеням $e\varphi/T$, с $\bar{x} = \bar{x}_f = C + (\delta\pi k_y/\omega_B k_z) \times \sqrt{(\mathcal{E}_\parallel + e\varphi)/2m} \, [K(\varkappa_f)]^{-1}$, получим в области частот, удовлетворяющих условиям $k_z v_{T_i} \ll \omega \ll k_z v_{T_e}$ ($v_{T_{e,i}}$ - тепловые скорости электронов и ионов), линейную бесстолкновительную функцию распределения электронов /7/, /8/ с дополнительным неосциллирующим слагаемым $-(e\varphi/T)(k_y v_{T_e}^2/\omega_{B_e})(\partial \ln n/\partial x)(\omega - k_z v_\parallel)^{-1} [F|_{e\varphi=0}]$, появление которого, по-видимому, связано с тем, что в линейной теории функция распределения строится на основе характеристик невозмущенных уравнений движения.

Выражение для $\bar{v}_\parallel$ показывает, что разделение частиц на пролетные и захваченные несколько условно. Учитывая также непрерывность $\bar{x}$ как функции $\mathcal{E}_\parallel$ и C, можно ожидать, что (4) будет описывать и распределение захваченных электронов при адиабатическом установлении амплитуды волны.

Если имеют место электронно-ионные столкновения с частотой ν_{ei} и $d\varphi/dx \neq 0$, то в уравнении Фоккера-Планка /9/ для потока частиц

$$\Gamma = n\overline{\Delta x}\,\nu_{эфф} - (1/2)\overline{\Delta x^2}\,\nu_{эфф}(\partial n/\partial x)$$

($\overline{\Delta x}$ - среднее смещение частиц за время $1/\nu_{эфф}$, $\overline{\Delta x^2}$ - среднее квадратичное смещение за то же время, n - плотность частиц) кроме второго слагаемого, соответствующего диффузионному потоку Γ_2 будет отличен от нуля член $n\overline{\Delta x}\,\nu_{эфф}$, отвечающий систематическому потоку Γ_I, так как при столкновении частиц величины средних отклонений от $\bar{x}$ вправо и влево по x будут различны и Δx не равно нулю. Очевидно, что для захваченных электронов это справедливо при выполнении неравенства $(1/k_z)\sqrt{m/e\varphi} < e\varphi/T\nu_{ei}$, где слева стоит оценка среднего периода дрейфового движения ведущего центра (3), а справа - время, необходимое для перехода захваченного электрона в класс пролетных частиц /10/. Учитывая это время и используя (2) получим:

$$\Gamma_1 \sim (k_y/k_z)^2 (e\varphi/T)^{5/2} (v_{T_e}/\omega_{B_e})^2 \nu_{ei} n d\ln\varphi/dx. \qquad (5)$$

Коэффициент диффузии для захваченных электронов, как известно (см./3/ – /5/), равен $(k_y/k_z)^2 (e\varphi/T)^{1/2} (v_{T_e}/\omega_{B_e})^2 \nu_{ei}$ (это выражение легко получить из (2) с использованием эффективной частоты столкновений $T\nu_{ei}/e\varphi$ /10/ и величины плотности частиц в волне $n\sqrt{e\varphi/T}$), что позволяет написать следующее соотношение:

$$\Gamma_1 \sim -(e\varphi/T)^2 (\partial \ln\varphi/\partial \ln n)\Gamma_2. \qquad (6)$$

Из (6) следует, что на участке области локализации волны, где

$$(e\varphi/T)^2 \, \|\partial\ln\varphi/\partial\ln n\| \gg 1, \qquad (7)$$

систематический поток (5) может оказаться сравним с диффузионным потоком электронов.

Таким образом, можно ожидать, что систематический поток, при выполнении условия (7), наряду с диффузионным потоком, будет вносить заметный вклад как в формирование профиля плотности частиц $n(x)$ и амплитуды волны $\varphi(x)$, так и во время жизни плазмы в установках.

Автор выражает глубокую благодарность И. С. Данилкину за ценное обсуждение результатов и помощь в работе.

Поступила в редакцию
23 сентября 1975 г.

Литература

1. М. С. Бережецкий и др. ЖЭТФ, 62, 957 (1972).
2. S. Joshikawa. Phys. Rev. Lett., 25, 353 (1970).
3. А. А. Галеев, Р. З. Сагдеев. В сб. "Вопросы теории плазмы", т.7, 1973 г., стр. 205.
4. Л. М. Коврижных. Письма ЖЭТФ, 13, 513 (1971).
5. О. П. Погуце. Ядерный синтез, 12, 39 (1972).
6. А. И. Морозов, Л. С. Соловьев. В сб. "Вопросы теории плазмы", т.2, 1963 г., стр. 177.

7. А. А. Рухадзе, В. П. Силин. УФН 96, вып.I, 87 (I968).
8. А. Б. Михайловский. В сб. "Вопросы теории плазмы", т.3, I963 г., стр. I4I.
9. Д. В. Франк-Каменецкий. Лекции по физике плазмы, Атомиздат, М., I963 г.
I0. Б. Б. Кадомцев, О. П. Погуце. ЖЭТФ, 5I, I734 (I966).