Краткие сообщения по физике № 2 1976

О СТАБИЛИЗАЦИИ АПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛАЗМЫ НЕЛИНЕЙНЫМ СДВИГОМ ЧАСТОТЫ

В. Ю. Быченков, В. В. Пустовалов,
В. П. Силин, В. Т. Тихончук

УДК 533.951

Для апериодической параметрической неустойчивости рассмотрено насыщение плазменной турбулентности нелинейным сдвигом частоты плазменных волн. Построена теория стационарного и нестационарного турбулентного состояния плазмы.

В настоящем сообщении мы вновь возвращаемся к вопросу о насыщении плазменной турбулентности при апериодической параметрической неустойчивости нелинейным сдвигом частоты плазменных волн (см. /1,2/). В работах /1,2/ была предпринята попытка выявить стабилизирующую роль нелинейного сдвига плазменной частоты в области относительно малых значений расстроек резонанса внешнего поля накачки, при которых вклад черенковского эффекта в высокочастотную диссипацию пренебрежимо мал. Ниже показано, что главное влияние нелинейного сдвига частоты состоит в увеличении волнового числа волн, нарастающих с максимальным инкрементом. Поэтому, если, как это характерно для затухания Ландау, высокочастотная диссипация резко зависит от волнового числа, то за счет ее увеличения уменьшается величина инкремента раскачки и происходит стабилизация неустойчивости. Таким образом, насыщение параметрической неустойчивости нелинейным сдвигом частоты плазменных волн оказывается эффективным именно при сравнительно больших расстройках частоты.

В плазме, находящейся в поле мощной электромагнитной волны $\vec{E}_0 \sin\omega_0 t$, апериодическая неустойчивость, соответствующая возбуждению высокочастотного ленгмюровского колебания и апериодического возмущения, возможна, если частота волны накачки меньше частоты собственных электронных ленгмюровских колебаний плазмы. С учетом нелинейного сдвига частоты плазменных колебаний инкремент параметрической неустойчивости имеет вид (ср./3/)

$$\gamma = -\tilde{\gamma} + \left[-(\Delta\omega_o - \delta\omega)^2 - \frac{1}{4}\frac{(\vec{k}\vec{r}_E)^2}{k^2(r_{De}^2 + r_{Di}^2)}\omega_{Le}(\Delta\omega_o - \delta\omega) \right]^{1/2}. \quad (I)$$

Здесь $\tilde{\gamma}(k)$ – декремент затухания электронных ленгмюровских колебаний, $\Delta\omega_o(k) \equiv \omega_o - \omega_p(1 + 1{,}5k^2r_{De}^2)$, ω_p –плазменная частота. $\vec{r}_E = e\vec{E}_o/m_e\omega_o^2$ – амплитуда осцилляций электрона в поле волны накачки, r_{Da} и ω_{La} – дебаевский радиус и ленгмюровская частота частиц сорта $a(a = e,i)$. Нелинейный сдвиг $\delta\omega$ частоты высокочастотных плазменных колебаний возникает благодаря влиянию на спектр этих колебаний интенсивных флуктуаций /4/

$$\delta\omega(\vec{k},t) = -\frac{\omega_{Le}}{4}\left(1 + \frac{r_{Di}^2}{r_{De}^2}\right)^{-1}\int\frac{d\vec{k}'}{(2\pi)^3}\frac{W_1(\vec{k}',t)}{n_e\varkappa T_e}\left(\frac{\vec{k}\vec{k}'}{kk'}\right)^2. \quad (2)$$

Здесь $W_1(\vec{k},t)$ – спектральная плотность энергии электронных ленгмюровских колебаний с волновым вектором $\vec{k}$ в момент времени t.

Без учета нелинейного сдвига частоты ($\delta\omega = 0$) инкремент параметрической раскачки (I) максимален для векторов $\vec{k}$, коллинеарных вектору электрического поля накачки. Пороговое поле и пороговое значение волнового вектора в этом случае определяются соотношениями:

$$\frac{E_{пор}^2}{4\pi(n_e\varkappa T_e + n_i\varkappa T_i)} = \frac{8}{3}(k_{пор}r_{De})^{-4}\frac{\tilde{\gamma}^2(k_{пор})}{\omega_{Le}^2}; \quad k_{пор}^2 r_{De}^2 = \frac{2(\omega_o - \omega_p)}{3\omega_p}. \quad (3)$$

Эти выражения справедливы в той области значений расстроек частоты, в которой существенно затухание Ландау ($\max[0{,}07; 1{,}5 \times \ln^{-1}(\omega_{Le}^2\nu_{ei}^{-2})] < (\omega_o - \omega_p)/\omega_p$). Согласно формуле (I) нарастание уровня плазменных флуктуаций приводит к смещению положения максимума инкремента от порогового значения волнового числа $k_{пор}$ в сторону больших волновых чисел

$$k_m^2(t)r_{De}^2 = k_{пор}^2 r_{De}^2 + \frac{1}{6}\left(1 + \frac{r_{Di}^2}{r_{De}^2}\right)\frac{E_1^2(t)}{8\pi n_e\varkappa T_e}, \quad \frac{E_1^2(t)}{8\pi} = \int\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}W_1(\vec{k},t). \quad (4)$$

При этом максимальная величина скорости раскачки уменьшается благодаря увеличению высокочастотного декремента затухания, и таким образом нелинейный сдвиг плазменной частоты стабилизирует неустойчивость.

Полная стационарная плотность энергии ленгмюровских шумов может быть найдена приравниванием нулю максимального инкремента (I) (ср. /I,5/)

$$(k_m r_{De})^{-2}\tilde{\gamma}(k_m) - p(k_{пор} r_{De})^{-2}\tilde{\gamma}(k_{пор}) = 0. \qquad (5)$$

Здесь величина $p = E_o/E_{пор}$ характеризует превышение поля накачки над пороговым (3). Совместное решение уравнений (4),(5) приводит к следующему приближенному выражению для полного шума ($\ln p^2 \ll k_{пор}^{-2} r_{De}^{-2}$):

$$\frac{E_1^2}{8\pi} = 6 n_e \varkappa T_e (k_{пор} r_{De})^4 \left(1 + \frac{r_{Di}^2}{r_{De}^2}\right) \ln\left[p^2(1 + k_{пор}^2 r_{De}^2 \ln p^2)^{10}\right]. \qquad (6)$$

Заметим, что логарифмическая зависимость полного шума (6) от потока энергии волны накачки связана с предположением о максвелловском распределении электронов. Возможность произвольного распределения электронов обсуждалась в работе /5/ на примере ионно-звуковой неустойчивости.

Рассмотрим теперь эволюцию плазменной турбулентности во времени в условиях малой надпороговости $p^2 - 1 \ll 1$, когда можно разложить инкремент (I) по степеням угла θ ($\theta = \widehat{kE_o}$) и по малым отклонениям $k - k_m$

$$\gamma(k,\theta,t) = \frac{1}{2}\tilde{\gamma}(k_{пор})\left[p^2 - 1 - \theta - 2(k - k_m(t))^2 k_{пор}^{-6} r_{De}^{-4} - (p^2 - 1)\frac{E_1^2(t)}{E_1^2(\infty)}\right]. \qquad (7)$$

Здесь k_m - экстремальное волновое число

$$k_m(t) = k_{пор}\left[1 + \frac{1}{2}(p^2 - 1) k_{пор}^2 r_{De}^2 \frac{E_1^2(t)}{E_1^2(\infty)}\right], \qquad (8)$$

$E_1^2(\infty)/8\pi$ - полная стационарная плотность энергии (6) при $p^2 - 1 \ll 1$. Безразмерная спектральная плотность энергии электронных ленгмюровских волн

$$S(x,\psi,\tau) = \pi^{-2} k_{\text{пор}}^{5} r_{De}^{2} \left(\frac{p^2-1}{2}\right)^{3/2} \left[\frac{E_1^2(\infty)}{8\pi}\right]^{-1} W_1(\vec{k},t),$$

$$\tau = \tilde{\gamma}(k_{\text{пор}})(p^2-1)t, \quad \psi = \frac{\theta}{\sqrt{p^2-1}}, \quad x = \sqrt{\frac{2}{p^2-1}}\,(k_{\text{пор}} r_{De})^{-2} \frac{k-k_{\text{пор}}}{k_{\text{пор}}} \tag{9}$$

удовлетворяет уравнению (ср. /2/)

$$\frac{\partial}{\partial\tau} S(x,\psi,\tau) = \left\{1 - \psi^2 - \left[x - \sqrt{\frac{p^2-1}{2}}\, S(\tau)\right]^2 - S(\tau)\right\} S(x,\psi,\tau), \tag{10}$$

в котором

$$S(\tau) = \int_{-1}^{1} dx \int_{0}^{1} \psi\, d\psi\, S(x,\psi,\tau)$$

полная безразмерная плотность энергии турбулентного шума. Уравнение (10) следует решать с начальным условием $S(x,\psi,0) = S_o$, где S_o – спонтанный высокочастотный шум ($v_{Ta} = r_{Da}\omega_{La}$)

$$S_o = (48\pi^2)^{-1}(p^2-1)^{1/2}\left(1 + \frac{r_{Di}^2}{r_{De}^2}\right)^{-1} \frac{\tilde{\gamma}(k_{\text{пор}})}{\omega_{Le}} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{|e|}{e_i}\frac{T_i^2}{T_e^2}\frac{v_{Te}}{v_{Ti}}\right) \varkappa T_e r_{De}^{-3} \left[\frac{E_1(\infty)}{8\pi}\right]^{-1}.$$

При $\tau \gg 1$ получаем следующее выражение для полного шума

$$S(\tau) = \left[1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\tau^{3/2}}{S_o} e^{-\tau}\right]^{-1}, \tag{11}$$

описывающее насыщение шума $(S(\tau) \to 1)$ до стационарного уровня $S(\infty) = 1$ за время

$$\tau_\infty \simeq \ln\left[\frac{1}{S_o} \ln^{3/2} \frac{1}{S_o}\right]. \tag{12}$$

Для спектральной плотности энергии в этом случае имеем

$$S(x,\psi,\tau) \simeq \frac{2\tau^{3/2}}{\sqrt{\pi}} S(\tau) \exp\left\{-\left[\psi^2 + \left(x - \sqrt{\frac{p^2-1}{2}}\,\frac{1}{\tau}\int_0^\tau d\tau' S(\tau')\right)^2\right]\right\}. \tag{13}$$

При $\tau \gg \tau_\infty$ спектральное распределение шума (13) приближается к δ-функции

$$S(x,\psi,\tau) \approx \frac{4}{\pi\psi}\,\delta\left(\psi^2 + \left[x - \sqrt{\frac{p^2-1}{2}}\,\frac{1}{\tau}\int_0^\tau d\tau' S(\tau')\right]^2\right). \qquad (14)$$

Качественное отличие формул (13),(14) от найденных ранее в /2/ состоит в учете сползания положения максимума инкремента в сторону коротких длин волн.

С помощью соотношений (9) и (14) находим стационарную плотность энергии ленгмюровских шумов

$$W_1(k,\theta,\infty) = 48\pi\sqrt{2}(p^2-1)\,\frac{\varkappa T_e}{\theta}\,n_e r_{De}^3 (k_{nop} r_{De})^{-1} \times$$
$$\times\left(1+\frac{r_{Di}^2}{r_{De}^2}\right)\delta(\theta^2 + 2(k-k_m(\infty))^2 k_{nop}^{-6} r_{De}^{-4}). \qquad (15)$$

Стационарное решение (15) соответствует полученному выше результату для полной плотности энергии шума (6) при $p^2-1 \ll 1$. Согласно выражению (12), характерное время выхода полного шума $E_1^2(t)/8\pi$ на стационарное значение равно

$$t_\infty \approx \left[\tilde{\gamma}(k_{nop})(p^2-1)\right]^{-1} \times$$
$$\times \ln\left\{288\pi^{3/2}(p^2-1)^{1/2}\,\frac{\omega_{Le}}{\tilde{\gamma}(k_{nop})}\,(k_{nop}r_{De})^4 n_e r_{De}^3 \times\right.$$
$$\left.\times\left(1+\frac{r_{Di}^2}{r_{De}^2}\right)^2\left(1+\frac{|e|}{e_i}\,\frac{T_i^2}{T_e^2}\,\frac{v_{Te}}{v_{Ti}}\right)^{-1}\right\}. \qquad (16)$$

В водородной лазерной плазме с температурой электронов $T_e \simeq 1$ кэв и плотностью $n_e \approx 10^{21}$ см$^{-3}$ при световом потоке неодимового лазера 10^{13} вт/см^2 и расстройке частоты $(\omega_0-\omega_p)/\omega_p \simeq 0{,}1$ время t_∞ (16) выхода на стационарную турбулентность оказывается одного порядка со временем столкновений $\nu_{ei}^{-1} \approx 10^{-12}$ сек между электроном и ионом, что гораздо меньше длительности наносекундного импульса света.

Поступила в редакцию
6 октября 1975 г.

Литература

I. В. В. Пустовалов, В. П. Силин. Письма в ЖЭТФ, 16, 308 (1972).
2. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, В. Т. Тихончук. ЖЭТФ, 66, 430 (1974).
3. В. П. Силин. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму, § 8. М., "Наука", 1973 г.
4. Л. М. Горбунов, А. М. Тимербулатов. ЖЭТФ, 53, 1492 (1967).
5. В. Ю. Быченков, В. В. Пустовалов, В. П. Силин, В. Т. Тихончук. Письма в ЖЭТФ 1, 998 (1975).