Краткие сообщения по физике № 4 1976

К ТЕОРИИ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ СРЕДАХ

В. А. Давыдов

УДК 535.12

Рассчитано излучение равномерно движущегося заряда в случае резкого изменения во времени диэлектрической проницаемости среды. Применен наглядный метод расчета, объясняющий природу появления различных членов, входящих в выражение для полей излучения

В. Л. Гинзбург /1/ показал, что равномерно движущийся заряд должен излучать электромагнитные волны при изменении электромагнитных свойств среды во времени. Рассмотрев случай скачкообразного изменения диэлектрической проницаемости ε во времени, он получил выражение для полей излучения, интенсивностей и т.п. Более подробное рассмотрение этого явления было дано Гинзбургом и Цытовичем /2/.

В настоящей работе предложен иной вывод этих формул. Как показал Моргенталлер /3/, плоская электромагнитная волна вида

$$E = E_0 \exp\left[i(\vec{k}\vec{r} - \omega_1 t)\right] \tag{1}$$

при скачкообразном изменении во времени диэлектрической проницаемости ε расщепляется на две волны, одна из которых идет вперед, а другая назад с амплитудами соответственно

$$\frac{1}{2} E_0 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\right) \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} E_0 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\right) \tag{2}$$

и с частотой

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\, \omega_1, \tag{3}$$

волновой же вектор $\vec{k}$ не меняется. В формулах (2) и (3) ε_1 и ε_2 суть диэлектрические проницаемости среды до и после скачка.

Основная идея настоящей работы состоит в том, чтобы, разложив поле заряда по плоским волнам (в интеграл Фурье), применит к каждой компоненте Фурье формулы типа (2), (3), а затем проинтегрировать полученные выражения, что приведет к выражениям для полей излучения. Равномерное движение заряженной частицы в среде со скачкообразно изменяющейся диэлектрической постоянной ε можно представить себе таким образом. Пусть частица с зарядом q движется равномерно со скоростью $\vec{v}$ и резко останавливается в момент скачка диэлектрической постоянной. Затем, сразу же после скачка частица мгновенно ускоряется и снова движется с той же постоянной скоростью $\vec{v}$, что и до скачка. Очевидно, что поле излучения после скачка состоит из двух слагаемых. Одно из них - это излучение, связанное с полубесконечной траекторией движения заряда до скачка в среде с диэлектрической постоянной ε_1. В момент скачка это излучение претерпевает трансформацию, которую легко учесть, воспользовавшись условиями на скачке. Второе слагаемое дает излучение в среде с ε_2, связанное с полубесконечным движением заряда после скачка.

Найдем поля излучения, возникшие при остановке и старте заряда в момент $t = 0$, когда происходит скачок ε. Решение уравнений Максвелла для компонент Фурье напряженностей электрического поля имеет вид

$$\vec{E}_{k\omega_1} = \frac{i4\pi q}{(2\pi)^3}\,\delta^{\mp}(\omega_1 - \vec{k}\vec{v})\left(\frac{\omega_1\vec{v}}{c^2} - \frac{\vec{k}}{\varepsilon_{1,2}}\right)\Bigg/\left(k^2 - \frac{\varepsilon_{1,2}\omega_1^2}{c^2}\right) \qquad (4)$$

Здесь знак "-" и ε_1 соответствуют случаю остановки заряда, знак "+" и ε_2 - старту, а

$$\delta^{\mp}(x) = \frac{i}{2\pi}\lim_{\gamma\to 0}\frac{1}{x \mp i\gamma}, \quad (\gamma > 0). \qquad (5)$$

Рассмотрим поперечную часть $\vec{E}^{tr}_{k\omega_1}$ полного электрического поля $\vec{E}_{k\omega_1}$, которая перпендикулярна волновому вектору $\vec{k}$ и имеет вид

$$\vec{E}^{tr}_{k\omega_1} = \vec{E}_{k\omega_1} - \frac{\vec{k}(\vec{k}\vec{E}_{k\omega_1})}{k^2}. \qquad (6)$$

Подставляя в (6) выражение (5), получим

$$\vec{E}^{tr}_{k\omega 1} = \frac{i4\pi q\omega_1}{(2\pi)^3 c^2}\left(\vec{V} - \frac{\vec{k}(\vec{k}\vec{V})}{c^2}\right)\delta^{\mp}(\omega_1 - \vec{k}\vec{V})\Bigg/\left(k^2 - \frac{\varepsilon_{1,2}\omega_1^2}{c^2}\right). \qquad (7)$$

При интегрировании выражения (7) по частоте ω_1 существенным является положение полюсов. Рассмотрение выражения (7) показывает, что кроме полюсов $\omega_1 = \vec{k}\vec{V} \mp i\gamma$ $(\gamma > 0)$, имеются еще полюса $\omega_1 = \pm kc/\sqrt{\varepsilon_{1,2}}$.

Эти последние мы при интегрировании будем обходить сверху, в соответствии с требованием, чтобы поле излучения обращалось в нуль при $t < 0$.

Частота ω_1 каждой гармоники Фурье в момент $t = 0$ меняется и становится равной ω_2. Однако мы не можем использовать связь (3) между этими двумя частотами, так как Фурье-гармоника не является решением свободных уравнений Максвелла, ибо $\vec{k}$ и ω_1 независимы.

Используя условие непрерывности электрической и магнитной индукций в момент времени $t = 0$, легко получить, что каждая гармоника Фурье вида $E = E_0 \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega_1 t)]$ с произвольными $\vec{k}$ и ω_1 расщепляется при скачкообразном изменении ε на две гармоники вида

$$\frac{1}{2} E_0 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + \frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega_2 t)]$$

$$\text{и} \quad \frac{1}{2} E_0 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \exp[i(\vec{k}\vec{r} + \omega_2 t)]. \qquad (8)$$

Таким образом, используя (7) и (8), получим выражение для гармоники Фурье поперечного поля после скачка

$$\vec{\mathcal{E}}^{tr}_{k\omega 1} = \vec{B}\left\{\frac{\delta^-(\omega_1 - \vec{k}\vec{V})}{\left(k^2 - \frac{\varepsilon_1\omega_1^2}{c^2}\right)}\frac{\omega_1}{2}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)\exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega_2 t)] - \right.$$

$$- \frac{\delta^-(\omega_1 - \vec{k}\vec{V})}{\left(k^2 - \frac{\varepsilon_1\omega_1^2}{c^2}\right)}\frac{\omega_1}{2}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)\exp[i(\vec{k}\vec{r} + \omega_2 t)] + \frac{\delta^+(\omega_1 - \vec{k}\vec{V})}{\left(k^2 - \frac{\varepsilon_2\omega_1^2}{c^2}\right)} \times$$

$$\left. \times \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega_1 t)]\right\}, \qquad (9)$$

где

$$\vec{B} = \frac{i4\pi q}{(2\pi)^3 c^2}\left(\vec{V} - \frac{\vec{k}(\vec{k}\vec{V})}{k^2}\right). \qquad (10)$$

Найдем Фурье-компоненту $\vec{E}_k^{tr}$ поля, преобразованного на скачке. Для этого, очевидно, надо проинтегрировать выражение (9) по всем частотам

$$\exp(i\vec{k}\vec{r})\vec{E}_k^{tr} = \int \vec{\mathcal{E}}^{tr}_{k\omega 1} d\omega_1 . \qquad (11)$$

Выбирая в качестве решения после скачка свободную волну, мы должны положить

$$\omega_2 = kc/\sqrt{\varepsilon_2}. \qquad (12)$$

Вычисляя интеграл (11) по формуле вычетов, получим, используя (12)

$$\vec{E}_k^{tr} = \vec{B}c^2 \left\{ \left[\frac{\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\right)}{\left(\frac{kc}{\sqrt{\varepsilon_1}} - \vec{k}\vec{V}\right)} - \frac{\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\right)}{\left(\frac{kc}{\sqrt{\varepsilon_1}} + \vec{k}\vec{V}\right)} \right] \frac{\exp\left[(-ikc/\sqrt{\varepsilon_2})t\right]}{4\varepsilon_1} + \right.$$

$$+ \left[\frac{\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\right)}{\left(\frac{kc}{\sqrt{\varepsilon_1}} - \vec{k}\vec{V}\right)} - \frac{\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\right)}{\left(\frac{kc}{\sqrt{\varepsilon_2}} + \vec{k}\vec{V}\right)} \right] \frac{\exp\left[(+ikc/\sqrt{\varepsilon_2})t\right]}{4\varepsilon_1} +$$

$$+ \frac{(\vec{k}\vec{V})}{\varepsilon_2\left[\left(\frac{kc}{\sqrt{\varepsilon_2}}\right)^2 - (\vec{k}\vec{V})^2\right]} \exp\left[-i(\vec{k}\vec{V})t\right] -$$

$$\left. - \frac{1}{2\varepsilon_2}\left[\frac{\exp\left[(-ikc/\sqrt{\varepsilon_2})t\right]}{\frac{kc}{\sqrt{\varepsilon_2}} - \vec{k}\vec{V}} - \frac{\exp\left[(+ikc/\sqrt{\varepsilon_2})t\right]}{\frac{kc}{\sqrt{\varepsilon_2}} + \vec{k}\vec{V}} \right] \right\}. \qquad (13)$$

Видно, что скачок диэлектрической проницаемости вызывает излучение в противоположных направлениях волн вида

$$\vec{B}a_{1,2}\exp\left[(\mp ikc/\sqrt{\varepsilon_2})t\right]. \qquad (14)$$

Собирая коэффициенты при $\exp\left[(-ikc/\sqrt{\varepsilon_2})t\right]$ и $\exp\left[(+ikc/\sqrt{\varepsilon_2})t\right]$ получим для a_1 и a_2

$$a_{1,2} = \frac{kc}{2\varepsilon_2 k^2}\left[\frac{\frac{(\vec{k}\vec{V})}{kc}\varepsilon_1 \pm \sqrt{\varepsilon_1}}{1-\frac{(\vec{k}\vec{V})^2\varepsilon_1}{(kc)^2}} - \frac{\frac{(\vec{k}\vec{V})}{kc}\varepsilon_2 \pm \sqrt{\varepsilon_2}}{1-\frac{(\vec{k}\vec{V})^2}{(kc)^2}\varepsilon_2}\right]. \tag{I5}$$

Эти результаты совпадают с результатами Гинзбурга и Цытовича.

Автор благодарит Б. М. Болотовского и С. Н. Столярова за советы и помощь в работе.

Поступила в редакцию
I4 октября I975 г.

Литература

I. В. Л. Гинзбург. Изв. ВУЗ'ов, Радиофизика, I6, 4 (I973).
2. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович. ЖЭТФ, 65, I32 (I973).
3. F. R. Morgentaller. IRE TRANS, MTT-6, 167 (1958).