

О РАССЕЯНИИ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ В  
ТОНКИХ ПЛЕНКАХ ВЕЩЕСТВА

А. В. Степанов

УДК 539.125.523.5

Рассмотрено рассеяние ультрахолодных нейтронов (УХН) в тонких пленках вещества. В борновском приближении с искаженными волнами получено выражение для поперечного сечения упругого рассеяния на неоднородностях пленки. Поперечное сечение неупругого рассеяния выражено через корреляционную функцию, описывающую движение рассеивающих ядер.

Нейтроны очень низких энергий, как ультрахолодные, так и очень холодные нейтроны (ОХН) могут служить эффективным инструментом изучения структуры и динамики конденсированных сред /1-6/. Дифференциальное поперечное сечение упругого рассеяния на неоднородностях мишени (флуктуационное рассеяние) в области применимости борновского приближения может быть выражено через корреляционную функцию флуктуаций потенциальной энергии нейтронов  $\delta V(\vec{r})$  /2,6/

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (\vec{p}' \leftarrow \vec{p})^{\text{e}} = \left( \frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \int d\vec{r} K_{\delta V \delta V}(\vec{r}) e^{i\vec{r}(\vec{p}-\vec{p}')}. \quad (1)$$

Здесь  $K_{\delta V \delta V}(\vec{r}; \vec{r}') \equiv K_{\delta V \delta V}(\vec{r}-\vec{r}') = \langle\langle \delta V(\vec{r}) \delta V(\vec{r}') \rangle\rangle$  - корреляционная функция флуктуаций  $\delta V$ ,  $\vec{r}$  и  $\vec{r}'$  - волновой вектор нейтрона до и после рассеяния, соответственно;  $m$  - масса нейтрона. Символ  $\langle\langle \dots \rangle\rangle$  означает усреднение по неоднородностям рассеивающей среды. Размеры мишени велики по сравнению с  $l$  - длиной корреляции флуктуаций. Если же  $l^{-1} \gg |\vec{p}-\vec{p}'|$ , то в случае изотропной среды выражение (1) допускает удобную параметризацию

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (\vec{p}' \leftarrow \vec{p})^{\text{e}} \cong A \left\{ 1 - \frac{l^2 (\vec{p}-\vec{p}')^2}{6} \right\}, \quad (2)$$

где

$$A = \int K_{\delta V \delta V}(\vec{r}) d\vec{r} \quad (3)$$

$$I^2 = \frac{1}{\Lambda} \int r^2 K_{\delta V \delta V}(r) d\vec{r}. \quad (4)$$

Таким образом, в области применимости борновского приближения экспериментальные данные по рассеянию ОХН дают возможность найти две характеристики неоднородностей мишени:  $\Lambda$  - интенсивность флуктуаций и  $l$  - пространственный масштаб неоднородности. Одним из интересных объектов исследований с помощью нейтронов очень низких энергий являются тонкие пленки вещества, нанесенные на массивные подложки. Как по своей структуре, так и по динамике атомов тонкие пленки могут существенно отличаться от массивных образцов вещества более высоким уровнем флуктуаций плотности, более низкой температурой плавления и т.д. (см., например, /7/). Большой интерес представляет изучение прохождения нейтронов очень низких энергий через пленки магнитных материалов /8/. Использование нейтронов относительно высоких энергий, когда для анализа данных применимо борновское приближение, требует тщательного выделения вклада в рассеяние от неоднородностей пленки. Отражение УХН (энергия нейтронов  $E_H \leq V_1$ ,  $V_1$  - потенциальная энергия нейтрона в материале подложки) малочувствительно к свойствам подложки. Однако интенсивность пучков УХН в настоящее время очень низка.

В настоящей заметке мы рассмотрим рассеяние нейтронов с энергией в интервале  $V_1 \leq E_H \leq V_0$ , где  $V_0$  - средняя потенциальная энергия нейтронов в материале пленки. Очевидно, в этой области энергий простые формулы (1) - (3) не применимы. Воспользуемся известными результатами борновского приближения с искаженными волнами (см., например, /9/). В этом случае выражение (1) заменяется следующим<sup>\*)</sup>

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vec{r}' - \vec{r}) = \left( \frac{\pi}{2\chi h^2} \right)^2 \iint d\vec{r} d\vec{r}' \psi_{\vec{r}}^{(+)}(\vec{r})^* (\vec{r}) \psi_{\vec{r}'}^{(-)}(\vec{r}') \psi_{\vec{r}}^{(+)}(\vec{r}') \psi_{\vec{r}'}^{(+)}(\vec{r})^* (\vec{r}') \times \\ \times K_{\delta V \delta V}(\vec{r} - \vec{r}'). \quad (4)$$

Здесь  $\psi_{\vec{r}}^{(\pm)}(\vec{r})$  - волновые функции непрерывного спектра в стационарной задаче рассеяния в потенциальном поле  $v(\vec{r})$  однородной пленки

<sup>\*)</sup> Формула (4) имеет место и в других случаях, например, когда  $E_H \geq V_0 > V_1$ .

на однородной подложке. Ниже будем пренебрегать неоднородностью материала подложки, т.е. все диффузное рассеяние будем считать обусловленным неоднородностью пленки. В случае пленки с резкими границами

$$v(\vec{r}) = \begin{cases} 0 & z < 0 & \text{I} \\ v_0 & 0 < z < d & \text{II} \\ v_1 & d < z & \text{III.} \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $d$  - толщина пленки; ось  $z$  направлена вдоль нормали к плоской границе пленки. Тогда функции  $\psi_{\vec{r}}^{(\pm)}(\vec{r})$  могут быть записаны в виде  $\psi_{\vec{r}}^{(\pm)}(\vec{r}_1, z) = \exp(-i\vec{q}_1 \cdot \vec{r}_1) \varphi^{(\pm)}(z, \vec{q}_1)$ , где  $\vec{q}_1$  - составляющая волнового вектора нейтрона в плоскости пленки,  $\vec{r}_1 = \{x, y\}$  и

$$\varphi_{\text{I}}^{(+)}(z, \vec{q}_1) = e^{ikz} - \frac{(1 + \frac{ik}{z})(1 - \frac{ip}{z}) - (1 - \frac{ik}{z})(1 + \frac{ip}{z})e^{-2zd}}{(1 - \frac{ik}{z})(1 - \frac{ip}{z}) - (1 + \frac{ik}{z})(1 + \frac{ip}{z})e^{-2zd}} \times e^{-ikz},$$

$$\varphi_{\text{II}}^{(+)}(z, \vec{q}_1) = -\frac{2ik}{z} \frac{(1 + ip/z)e^{-2zd+zz} + (1 - ip/z)e^{-zz}}{(1 - \frac{ik}{z})(1 - \frac{ip}{z}) - (1 + \frac{ik}{z})(1 + \frac{ip}{z})e^{-2zd}},$$

$$\varphi_{\text{III}}^{(+)}(z, \vec{q}_1) = -\frac{4ik}{z} \frac{e^{-zd-ipd}}{(1 - \frac{ik}{z})(1 - \frac{ip}{z}) - (1 + \frac{ik}{z})(1 + \frac{ip}{z})e^{-2zd}} \times e^{ipz}, \quad (6a)$$

$$\varphi_{\text{I}}^{(-)}(z, \vec{q}_1) = \frac{4ip}{z} \frac{e^{-zd+ipd}}{(1 + \frac{ip}{z})(1 + \frac{ik}{z}) - (1 - \frac{ip}{z})(1 - \frac{ik}{z})e^{-2zd}} \times e^{ikz},$$

$$\varphi_{\text{II}}^{(-)}(z, \vec{q}_1) = 2 \frac{ip}{z} \frac{(1 + \frac{ik}{z})e^{zz} + (1 - \frac{ik}{z})e^{-zz}}{(1 + \frac{ip}{z})(1 + \frac{ik}{z}) - (1 - \frac{ip}{z})(1 - \frac{ik}{z})e^{-2zd}} \times e^{-zd+ipd},$$

$$\varphi_{\text{III}}^{(-)}(z, \vec{q}_1) = e^{ipz} -$$

$$-\frac{e^{2ipd} [(1 + ik/z)(1 - ip/z) - (1 - ik/z)(1 + ip/z)e^{-2zd}]}{(1 + ip/z)(1 + ik/z) - (1 - ip/z)(1 - ik/z)e^{-2zd}} e^{-ipz}.$$

Нейтронная волна падает на мишень вдоль положительного направления оси  $z$ . Для получения функций  $\varphi^{(\pm)}$ , описывающих движение в противоположном направлении, можно воспользоваться следующим соотношением

$$\left( \varphi_k^{(\pm)}(z, \bar{q}_1) \right)^* = \varphi_{-p}^{(\mp)}(z, \bar{q}_1). \quad (7)$$

Были использованы обозначения

$$k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m \left( E - \frac{\hbar^2 q_1^2}{2m} \right)}, \quad \kappa = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m \left[ V_0 - E + \frac{\hbar^2 q_1^2}{2m} \right]},$$

$$p = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m \left[ E - V_1 - \frac{\hbar^2 q_1^2}{2m} \right]}.$$

Для диффузно отраженной волны из (4)-(7) при  $\kappa d \gg 1$  имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E' \leftarrow E) = \left( \frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \Lambda \left\{ 1 - \frac{1}{6} \left[ (q_1' - q_1)^2 - (\kappa + \kappa')^2 \right] \right\} \frac{4k^2 \kappa'^2 / 2\kappa^2}{(\kappa'^2 + k'^2)(\kappa^2 + k^2)}, \quad (8)$$

где  $\Lambda$  и  $\Lambda'$  определены выше (3) - (3а).

Угловое распределение диффузно рассеянных нейтронов в переднюю полушару не удается представить в простой форме. При этом интенсивность рассеянной волны содержит малый множитель  $\sim e^{-2\kappa d}$ , характерный для процессов туннелирования через барьер. Отметим, что если для расчета когерентной волны необходимо учесть поправки  $\ll (\delta V)^2 \gg$  (см./6/), то в рассматриваемой здесь задаче включение этих поправок является превышением точности расчета.

В заключение кратко обсудим неупругое рассеяние нейтронов. В рамках метода временных корреляционных функций /10/ выражение для поперечного сечения неупругого рассеяния имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\hbar \bar{p}'} = \sqrt{\frac{m}{2E_H}} \sum_j \sum_{j'} \frac{a_j a_{j'}}{m^2} \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{it \frac{E_H - E_H'}{\hbar}} \left[ K_T(jj')(t; \bar{p}, \bar{p}') - \Delta \right],$$

где

$$K_T(jj')(t; \bar{p}, \bar{p}') = \quad (9)$$

$$= \langle \psi_{\bar{p}}^{(-)}(\hat{R}_j \cdot (t)) \left[ \psi_{\bar{p}}^{(+)}(\hat{R}_j \cdot (t)) \right]^* \psi_{\bar{p}}^{(-)}(\hat{R}_j(0)) \psi_{\bar{p}'}^{(+)}(\hat{R}_j(0)) \rangle_T. \quad (10)$$

$$\Delta = \ll \langle n_1 | \left[ \psi_p^{(-)}(\vec{R}_j) \right]^* \psi_p^{(+)}(\vec{R}_j) | n_1 \rangle \langle n_1 | \psi_p^{(+)*}(\vec{R}_j) \psi_p^{(-)}(\vec{R}_j) | n_1 \rangle \gg_T.$$

Здесь  $\hat{R}_j(t)$  - оператор координаты  $j$ -го рассеивающего ядра в гайзенберговском представлении,  $a_j$  - длина рассеяния нейтрона на бесконечно тяжелом  $j$ -м ядре.  $E_N$  и  $E_N'$  - энергия нейтрона соответственно до и после рассеяния. Символ  $\ll \dots \gg_T$  означает усреднение по равновесному распределению рассеивателя при температуре  $T$ ;  $|n_1\rangle$  - волновые функции рассеивателя в начальном состоянии. В случае периодической структуры рассеивающей пленки разлагая в ряд Тейлора функции  $\psi^{(\pm)}(\vec{R}_j)$  вблизи  $\vec{R}_{j0}$  - равновесных положений ядер, мы получаем обобщение известного разложения поперечного сечения неупругого рассеяния нейтронов в ряд по числу фононов, участвующих в рассеянии. Отметим, что интенсивность неупруго рассеянных нейтронов в переднюю полусферу содержит малый множитель, описывающий туннельный переход нейтрона через пленку. Полученные нами аналитические результаты могут представлять интерес и при исследовании туннельных явлений в твердых телах /II/.

В заключение автор благодарит В. А. Сергеева за полезные обсуждения.

ИИИ АН СССР

Поступила в редакцию  
17 февраля 1976 г.

### Л и т е р а т у р а

1. Ф. Л. Шапиро. Сообщение ОИИИ РЗ-7135, Дубна, 1973 г.
2. А. Штайерл. II Международная школа по нейтронной физике, Алушта, апрель 1974 г. Сообщение ОИИИ ДЗ-7991 стр. 42. Дубна, 1974 г.
3. В. К. Игнатович. Сообщение ОИИИ Р4-6681, Дубна, 1972 г.
4. В. К. Игнатович. Сообщение ОИИИ Р4-7055, Дубна, 1973 г.  
В. К. Игнатович, В. И. Лушков. Сообщение ОИИИ РЗ-8795, Дубна, 1975 г. В. К. Игнатович, А. В. Степанов. Сообщение ОИИИ Р4-7832, Дубна, 1974 г. А. В. Степанов, А. В. Шелагян. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 1, 12 (1974).
5. И. М. Франк. Сообщение ОИИИ Р4-8851, Дубна, 1975 г.

6. А. В. Степанов. Препринт ИЯИ № 4, 1975 г. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 8, 34 (1974).
7. Л. С. Палатник, М. Я. Фукс, В. М. Косевич. Механизм образования и субструктура конденсированных пленок. Изд. "Наука", М., 1972 г. Л. И. Трусов, В. А. Холмянский. Островковые металлические пленки. изд. "Металлургия". М., 1973 г.
8. А. И. Егоров, В. М. Лобашев, В. А. Назаренко и др. ЯФ, 19, 300 (1974).
9. Дж. Тейлор. Теория рассеяния. Изд. "Мир", М., 1975 г.
10. М. В. Казарновский, А. В. Степанов. Труды ФИАН, 33, 203 (1964); ЖЭТФ, 47, 543 (1964).
11. Сб. "Туннельные явления в твердых телах", изд. "Мир", М., 1973 г.