Краткие сообщения по физике № 9 1976

О РЕЗОНАНСНЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА МЕТАЛЛА В НОРМАЛЬНОМ К ПОВЕРХНОСТИ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. В. Кобелев, В. П. Силин

УДК 538.569

В случае зеркального отражения электронов проводимости от поверхности металла для поверхностного импеданса получено асимптотическое разложение по параметру аномальности скин-эффекта. Определены особенности импеданса вблизи частоты циклотронного резонанса и вблизи частот циклотронных волн.

В настоящем сообщении мы изложим результаты теории поверхностного импеданса металла вблизи частоты $\Omega = eB/mc$ гироскопического (циклотронного) вращения электрона в магнитном поле в условиях, когда постоянное магнитное поле перпендикулярно поверхности металла, а электроны рассеиваются на границе металла зеркально. Используя для электронов проводимости металла представления теории вырожденной электронной жидкости /1/, будем считать, что коэффициенты Ландау $A_n = 0$ при $n > 2$. Тогда для поверхностного импеданса (ср. /2/) имеем:

$$Z(\omega) = \frac{4\pi v \omega I}{c^2(\omega \mp \Omega + i\nu)}, \qquad (1)$$

где

$$I = \frac{2}{\pi}\int_0 \frac{dt}{t^2 + \xi \varkappa(t)}.$$

Здесь верхний предел интеграла равен $\infty[\nu + i(\omega \mp \Omega)]$, v - фермиевская скорость, ν - частота столкновений, $\xi = \xi_0[\omega/(\omega \mp \Omega + i\nu)]^3$, $\xi_0 = -(3\omega_{Le}^2 v^2/4\omega^2 c^2)$, ω_{Le} - ленгмюровская частота электронов, а

$$\varkappa(t) = 2\,\frac{t^2 q(t) + Y_2\left[\frac{3}{2}q(t) - 1\right]}{t^2\left[1 - Y_1 q(t)\right] + Y_2\left[\frac{3}{2} - Y_1\right]\left[\frac{3}{2}q(t) - 1\right]},$$

где

$$Y_1 = \frac{3}{2}\frac{A_1}{1 + A_1}\frac{\omega + i\nu}{\omega \mp \Omega + i\nu},$$

$$Y_2 = \frac{10}{3}\frac{A_2}{1 + A_2}\frac{\omega + i\nu}{\omega \mp \Omega + i\nu},$$

$$q(t) = \frac{1}{t^3}\left[(1 + t^2)\operatorname{arctg} t - t\right].$$

В области радиочастот $|\xi| \gg 1$. Поэтому для интеграла I получаем асимптотическое разложение

$$I = I^0 + \delta I, \qquad (2)$$

где независящее от междуэлектронного взаимодействия выражение имеет вид (см. /3/):

$$I^0 = 0{,}7698(\pi\xi)^{-1/3} + 0{,}6534(\pi\xi)^{-2/3} + (\pi\xi)^{-1}\left[0{,}1318\ln\pi\xi + 0{,}0852\right].$$

Для асимптотического вклада в выражение (2), обусловленного междуэлектронным взаимодействием, находим

$$\delta I = \frac{1}{(\pi\xi)^{2/3}}\frac{4\pi}{9\sqrt{3}}\left[\frac{4}{\pi^2}Y_2 - Y_1\right] + \frac{1}{\pi\xi}\left\{\frac{2Y_2}{\pi}\left[\frac{16}{3\pi^2} - 1 + \frac{4}{3\pi^2}Y_2\right]\ln\pi\xi + \frac{4}{3\pi}Y_1 + \left(\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi^2} - \frac{16}{\pi^3}\right)Y_2 - \frac{\pi}{12}Y_1^2 - \frac{4}{\pi^3}Y_2^2 + \frac{2}{3\pi}Y_1Y_2 + Y_2F(Y_2)\right\}. \qquad (3)$$

Здесь

$$F(x) = C_1 + C_2x + x^2\int_0^\infty \frac{dt\,t^2}{\varphi^3(t)\left[\varphi(t) - x\right]}, \qquad (4)$$

где

$$\varphi(t) = \frac{t^2q(t)}{1 - \frac{3}{2}q(t)},$$

$$C_1 = \int_0^1 \frac{dt\,t^2}{\varphi^2(t)} + \int_1^\infty dt\left\{\frac{t^2}{\varphi^2(t)} - \frac{4}{\pi^2} - \frac{1}{\pi t}\left(\frac{32}{\pi^2} - 6\right)\right\} = 0{,}754,$$

$$C_2 = \int_0^1 \frac{dt\,t^2}{\varphi^3(t)} + \int_1^\infty dt \left\{ \frac{t^2}{\varphi^3(t)} - \frac{8}{\pi^3 t} \right\} = -0{,}442.$$

В условиях ярко выраженного циклотронного резонанса, когда $|Y_2| \gg 1$, для функции F получаем следующее асимптотическое разложение:

$$F(Y_2) = -\frac{8Y_2}{\pi^3} \ln\left(-\frac{2Y_2}{\pi}\right) + \left(\frac{6}{\pi} - \frac{32}{\pi^3}\right) \ln\left(-\frac{2Y_2}{\pi}\right) +$$

$$+ \frac{4}{\pi^2} + \frac{3}{\pi} - \frac{16}{\pi^3} + \frac{1}{Y_2}\left(\frac{2}{\pi} - \frac{32}{\pi^3}\right) \ln\left(-\frac{2Y_2}{\pi}\right). \qquad (5)$$

В противоположном пределе $|Y_2| \ll 1$

$$F(Y_2) = 0{,}754 - 0{,}442 Y_2. \qquad (6)$$

В пределе $\nu \to 0$ для импеданса находим

$$Z(\omega) = \frac{4\pi v}{c^2} \left\{ \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{1 - i\sqrt{3}}{|\pi \xi_0|^{1/3}} - \frac{16}{9\pi\sqrt{3}} \frac{1 + i\sqrt{3}}{|\pi\xi_0|^{2/3}} \left[\frac{\omega - \Omega}{\omega} - \frac{3\pi^2}{16} \frac{A_1}{1+A_1} + \frac{5}{3} \frac{A_2}{1+A_2} \right] - \right.$$

$$- \frac{1}{|\pi\xi_0|} \left[\frac{2}{3\pi}\left(\frac{16}{\pi^2} - 1\right)\left(\frac{\omega-\Omega}{\omega}\right)^2 + \frac{20}{3\pi}\left(\frac{16}{3\pi^2} - 1\right)\frac{A_2}{1+A_2}\frac{\omega-\Omega}{\omega} + \frac{800}{27\pi^3}\left(\frac{A_2}{1+A_2}\right)^2 \right] \times$$

$$\times \left[\ln|\pi\xi_0| + 3\ln\left|\frac{\omega}{\omega-\Omega}\right| + i\pi - 3\pi i \theta\left(\frac{\Omega-\omega}{\omega}\right)\right] - \frac{1}{|\pi\xi_0|}\left[0{,}085\left(\frac{\omega-\Omega}{\omega}\right)^2 + \right.$$

$$+ \frac{\omega-\Omega}{\omega}\left(\frac{2}{\pi}\frac{A_1}{1+A_1} + \left(\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi^2} - \frac{16}{\pi^3}\right)\frac{10}{3}\frac{A_2}{1+A_2}\right) - \frac{3\pi}{16}\left(\frac{A_1}{1+A_1}\right)^2 +$$

$$+ \frac{10}{3\pi}\frac{A_1}{1+A_1}\frac{A_2}{1+A_2} - \frac{400}{9\pi^3}\left(\frac{A_2}{1+A_2}\right)^2 + \frac{10}{3}\frac{A_2}{1+A_2}\frac{\omega-\Omega}{\omega} \times$$

$$\left.\left. \times \left(F'\left(\frac{10}{3}\frac{A_2}{1+A_2}\frac{\omega}{\omega-\Omega}\right) - \operatorname{sgn}(\omega-\Omega)\, iF''\left(\frac{10}{3}\frac{A_2}{1+A_2}\frac{\omega}{\omega-\Omega}\right)\right)\right]\right\}. \qquad (7)$$

Здесь $\theta(x) = 1$ при $x > 0$, $\theta(x) = 0$ при $x < 0$; и

$$F'(x) = C_1 + C_2x + x^2 \int_0^\infty \frac{dtt^2}{\varphi^3(t)} \frac{P}{\varphi(t) - x},$$

$$F''(x) = \frac{\pi}{x} \int_0^\infty dtt^2\delta(\varphi(t) - x).$$

Действительная часть асимптотической формулы (5) дает нам значение функции $F'(x)$ в пределе $x \to +\infty$, а для функции $F''(x)$ в таком пределе имеем:

$$F''(x) = \frac{8}{\pi^2} x + \frac{32}{\pi^2} - 6 + \frac{1}{x}\left(\frac{32}{\pi^2} - 2\right). \tag{8}$$

Это позволяет в пределе $\omega \to \Omega$ записать следующее выражение для импеданса:

$$Z(\omega) = \frac{4\pi v}{c^2}\left\{ \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{1 - i\sqrt{3}}{|\pi\xi_0|^{1/3}} + \frac{16}{9\pi\sqrt{3}} \frac{1 + i\sqrt{3}}{|\pi\xi_0|^{2/3}} \left[\frac{3\pi^2}{16} \frac{A_1}{1+A_1} - \frac{5}{3} \frac{A_2}{1+A_2}\right] - \right.$$

$$- \frac{1}{|\pi\xi_0|}\left[\frac{800}{9\pi^3}\left(\frac{A_2}{1+A_2}\right)^2\left(\ln\left(|\pi\xi_0|^{1/3}\left|\frac{3\pi(1+A_2)}{20A_2}\right|\right) + \frac{i\pi}{3}\right) - \frac{3\pi}{16}\left(\frac{A_1}{1+A_1}\right)^2 + \right.$$

$$\left.\left. + \frac{10}{3\pi} \frac{A_1}{1+A_1} \frac{A_2}{1+A_2} - \frac{400}{9\pi^3}\left(\frac{A_2}{1+A_2}\right)^2\right]\right\} + \delta Z_1(\omega), \tag{9}$$

где резонансная часть импеданса имеет вид:

$$\delta Z_1(\omega) = - \frac{4\pi i v}{c^2|\pi\xi_0|}\left[\operatorname{sgn}(\omega - \Omega)\vartheta\left(A_2 \frac{\omega - \Omega}{\omega}\right) + \vartheta\left(\frac{\Omega - \omega}{\omega}\right)\right] \times$$

$$\times \left\{\frac{800}{9\pi^2}\left(\frac{A_2}{1+A_2}\right)^2 + \left(\frac{320}{3\pi^2} - 20\right) \frac{A_2}{1+A_2} \frac{\omega-\Omega}{\omega} + \left(\frac{32}{\pi^2} - 2\right)\left(\frac{\omega-\Omega}{\omega}\right)^2\right\}. \tag{10}$$

Для сравнения приведем резонансную часть импеданса электронного газа /4/:

$$\delta Z_0(\omega) = - \frac{4\pi v}{c^2|\pi\xi_0|}\left(\frac{32}{\pi^2} - 2\right)\left(\frac{\omega-\Omega}{\omega}\right)^2\left[\frac{1}{\pi} \ln\left|\frac{\omega}{\omega-\Omega}\right| - i\vartheta\left(\frac{\Omega-\omega}{\omega}\right)\right] \tag{11}$$

Сравнение формул (I0) и (II) показывает, что междуэлектронное взаимодействие сглаживает резонансную особенность при $\omega = \Omega$.

Одновременно с этим благодаря междуэлектронному взаимодействию возникает особенность импеданса при значении $\omega = \Omega(1 + A_2)$, являющемся предельным значением частоты циклотронных волн. Соответствующая особая часть импеданса имеет вид:

$$\delta Z_2(\omega) = \frac{4\pi v}{c^2|\pi\xi_0|}\left(\frac{A_2}{1+A_2}\right)^2 \frac{21\pi\sqrt{35}}{64\sqrt{2}} \sqrt{\left|\frac{\omega-(1+A_2)\Omega}{A_2(1+A_2)\Omega}\right|} \times$$

$$\times \left\{ \operatorname{sgn}(\omega-\Omega)\, i\vartheta\left(\frac{\Omega(1+A_2)-\omega}{A_2(1+A_2)\Omega}\right) + \vartheta\left(\frac{\omega-(1+A_2)\Omega}{A_2(1+A_2)\Omega}\right)\right\}. \quad (I2)$$

Последнее выражение получено с помощью асимптотических формул ($x \to 10/3$):

$$F'(x) = 0{,}38 - \frac{63\pi\sqrt{35}}{640\sqrt{2}} \sqrt{1-\frac{3x}{10}}\ \theta\left(\frac{10}{3}-x\right),$$

$$F''(x) = \frac{63\pi\sqrt{35}}{640\sqrt{2}} \sqrt{\frac{3x}{10}-1}\ \theta\left(x-\frac{10}{3}\right).$$

Корневое слагаемое (I2) имеет действительное значение в области частот, для которых возможно возбуждение циклотронных волн, а мнимое значение - в запрещенной области.

Поступила в редакцию
I6 апреля I976 г.

Литература

I. В. П. Силин. Физика металлов и металловедение, 29, вып. 4, 68I (I970).
2. А. В. Кобелев. ЖЭТФ 6I, вып. 3, I203 (I97I).
3. R. B. Dingle. Applied Scientific Research, B3, N 2, 69(1953).
4. В. П. Набережных, Н. К. Даньшин. ЖЭТФ 56, вып. 4, I224 (I969).