

ПРАВИЛА СУММ ДЛЯ РАЗНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ
И МАГНИТНОЙ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ ПРОТОНА

П. М. Ахмедов, Л. В. Фильков

УДК 539. 122

Получены правила сумм для разности электрической и магнитной поляризуемостей протона. Вычисления дают $\bar{\alpha} > \bar{\beta}$.

Недавно П. С. Барановым и др. /1/ на основе анализа новых экспериментальных данных по μ p-рассеянию в районе 100 Мэв были получены более точные значения для так называемых обобщенных электрической ($\bar{\alpha}$) и магнитной ($\bar{\beta}$) поляризуемостей протона

$$\bar{\alpha} = (10,7 \pm 1,1) \cdot 10^{-43} \text{ см}^3, \quad \bar{\beta} = (-0,7 \pm 1,6) \cdot 10^{-43} \text{ см}^3. \quad (1)$$

С другой стороны, Дж.Бернабеу и др. /2/ из рассмотрения дисперсионных соотношений (д.с.) получили $\bar{\beta} > \bar{\alpha}$. Поэтому представляет интерес провести новый теоретический анализ этих величин. Кроме того, экспериментальные значения $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$ могут быть использованы для выбора между различными моделями учета аннигиляционного канала в д.с. для μ p-рассеяния.

Постоянные $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$ вводятся в теорию μ p-рассеяния как коэффициенты при ν^2 в разложении спиннезависимых амплитуд /2/

$$\bar{R}_1 = \nu^2 \bar{\alpha}, \quad \bar{R}_2 = \nu^2 \left[\bar{\beta} - \frac{e^2}{4\pi} \frac{(1 + \lambda)^2}{4m^4} \cos \theta \right], \quad (2)$$

где черта над R_1 означает учет в этих амплитудах только квадратичных членов по энергии фотона ν (в л.с.к.). Для суммы амплитуд рассеяния $R_1 + R_2$ для $\theta = 0^\circ$ можно написать д.с. Крамера-Кронига /3/, которые дают /1,2/

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\sigma(\nu)}{\nu^2} d\nu = (14,1 \pm 0,3) \cdot 10^{-43} \text{ см}^3. \quad (3)$$

Этот результат в пределе двух стандартных отклонений согласуется

с предсказанием работы /I/. Если же написать д.с. с одним вычитанием для амплитуд R_1 и R_2 в отдельности (или разности $R_1 - R_2$) при $\theta = 0^\circ$, то в противоположность (I) получим $\bar{\beta} > \bar{\alpha}$. Вероятно, это указывает на невозможность построения для этих амплитуд д.с. с одним вычитанием. Поэтому выразим разность амплитуд $R_1 - R_2$ для $\theta = 0^\circ$ через амплитуды Пранка $T_{1,4,5,6}$, для которых возможность написания д.с. была рассмотрена в работах /7/. Это выражение имеет вид

$$R_1(\nu, z=1) - R_2(\nu, z=1) = -\frac{\nu^2}{2W} [T_2(\nu, z=1) + T_4(\nu, z=1)] - \\ - \frac{\partial}{\partial z} [T_1(\nu, z) + T_3(\nu, z) + \nu(T_2(\nu, z) + T_4(\nu, z))]_{z=1}, \quad (4)$$

где $z = \cos\theta$, $W^2 = 2m\nu + m^2$. Для амплитуд $T_2(s, t)$ и $T_4(s, t)$, являющихся антисимметричными при замене $s \rightarrow u$, напишем д.с. при фиксированном t без вычитания

$$T_j(s, t) = r_j \left(\frac{1}{m^2 - s} - \frac{1}{m^2 - u} \right) + \\ + \frac{s - u}{\pi} P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_j(s', t)}{(s' - s)(s' - u)}, \quad j = 2, 4, \quad (5)$$

где $A_j(s, t)$ - мнимая часть амплитуды в s -канале, r_j - вычет в однонуковном полюсе. Для амплитуд $T_1(s, t)$ с $i = 1, 3$ построим д.с. при фиксированном t с одним вычитанием в точке $u_0 = m^2$, а вычитательные функции $T_1(u_0, t)$ определим с помощью д.с. по t и s при фиксированном $u = u_0$ с одним вычитанием в точке $t_0 = 0$. В результате получим /6/

$$T_1(s, t) = r_1 \left(\frac{1}{m^2 - s} + \frac{1}{m^2 - u} \right) + T_1(m^2, 0) + t \Phi_1(t, u=m^2) + \\ + \frac{s - m^2}{\pi} P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' A_1(s', t) \times \\ \times \left[\frac{1}{(s' - m^2)(s' - s)} - \frac{1}{(s' - m^2 + t)(s' - u)} \right], \quad (6)$$

где через $\Phi_1(t, u=m^2)$ обозначена часть вычитательной функции $T_1(t, u=m^2)$, не включающая низкоэнергетического предела $T_1(m^2, 0)$ и полюсного члена в s -канале.

Подставляя д.с. (5) и (6) в (4) и оставляя только члены, пропорциональные ν^2 , получим следующее выражение для разности амплитуд $\bar{R}_1 - \bar{R}_2$

$$\begin{aligned} & \bar{R}_1(\nu, z=1) - \bar{R}_2(\nu, z=1) = \\ & = \nu^2 \left\{ \frac{1}{m^3} \left[2 \frac{r_1 + r_2}{m} + \frac{1}{2} (r_2 + r_4) - 2\Lambda_+(t=0) \right] \right\}, \quad (7) \end{aligned}$$

где $\Lambda_+(t) = \Phi_1(m^2, t) + \Phi_3(m^2, t)$. Для разности поляризуемостей имеем

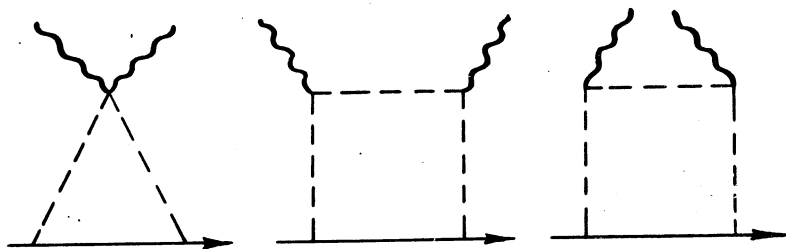
$$\bar{\alpha} - \bar{\beta} = \frac{e^2}{4\pi} \frac{1}{m^3} \left[\frac{(1 + \lambda)^2}{4} - \frac{9}{2} \right] - 2\Lambda_+(0). \quad (8)$$

Функция $\Lambda_+(0)$, построенная по выше описанному методу, имеет вид /6/

$$\begin{aligned} \Lambda_+(0) = & \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{dt'}{t'^2} \left[A_1^{\text{III}}(t', u=m^2) + A_3^{\text{III}}(t', u=m^2) \right] - \\ & - \frac{1}{\pi} \int_{(L+\mu)^2}^{\infty} \frac{ds'}{(s' - m^2)^2} \left[A_1(s', u=m^2) + A_3(s', u=m^2) \right], \quad (9) \end{aligned}$$

где $A_1^{\text{III}}(3)(t, u)$ - мнимая часть амплитуды в t -канале. Вклад двух-частичного $\pi\pi$ -взаимодействия в интеграл от $A_1^{\text{III}}(t', u=m^2)$ будем учитывать с помощью диаграмм на рис. I. Интеграл от мнимых частей амплитуд в s -канале выразим через амплитуды фоторождения, используя анализы Швела /8/ (до 250 Мэв) и Мурхауза /9/ (от 250 до 1210 Мэв). Так как мнимые части амплитуд в s -канале входят при фиксированном $u = m^2$, что соответствует нефизическому углу рассеяния, то ряд по парциальным волнам может расходиться. Поэтому просуммируем в этих амплитудах ряды по $\cos\theta$ с помощью паде-приближения. В результате получим $\bar{\alpha} - \bar{\beta} = 15,3 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$. Основной

вклад в $\Lambda_+(0)$ идет от первого интеграла. Вклад фоторождения составляет $\sim 5\%$. Если паде-приближения не использовать, то $\bar{\alpha} - \bar{\beta} = 16,9 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$, а вклад фоторождения составляет $\sim 10\%$.



Р и с. I.

Чтобы учесть в $\Lambda_+(0)$ вклад состояний из аннигиляционного канала, не охватываемого диаграммами на рис. I, используем бутстраповскую модель, связывающую интегралы от амплитуд в t -канале с интегралами от амплитуд в s -канале /5,6/

$$\Lambda_+(0) = \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{dt'}{t'^2} [A_1^{\text{ПВ}}(t', m^2) + A_3^{\text{ПВ}}(t', m^2)] + \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \times$$

$$\times \left\{ \frac{2 \frac{\partial}{\partial t} [\tilde{A}_1(s', t) + \tilde{A}_3(s', t)]_{t=0}}{s' - m^2} - \frac{\tilde{A}_1(s', t=0) + \tilde{A}_3(s', t=0)}{(s' - m^2)^2} \right\}. \quad (10)$$

Здесь первый интеграл связан с вкладом диаграмм на рис. I, а черта над $A_1(s, t)$ означает, что в амплитуде фоторождения не учитывается вклад от обмена в t -канале π^+ -мезоном. Вычисления дают $\bar{\alpha} - \bar{\beta} = 11,4 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$. Если просуммировать с помощью паде-приближений ряды по $\cos\theta$ в мнимых частях амплитуд в s -канале, а затем брать от них производные по t , то получим $\bar{\alpha} - \bar{\beta} = 19,2 \times 10^{-43} \text{ см}^3$. Вклад от амплитуд фоторождения в этом случае составляет $\sim 23\%$. Если же строить паде-приближения для суммирования по $\cos\theta$ после взятия производных от амплитуд $\tilde{A}_1(s, t)$ по t , то $\bar{\alpha} - \bar{\beta} = 14,6 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$. В принципе эти два результата должны были

бы совпадать, если бы были учтены более высокие парциальные волны. Несовпадение указывает на то, что первый метод является более эффективным при учете ограниченного числа парциальных волн в амплитудах фоторождения.

Учитывая (3), мы получаем во всех рассмотренных моделях $\bar{\alpha} > \bar{\beta}$. Однако выбор между приведенными моделями затрудняется тем обстоятельством, что при получении результатов (I) из экспериментальных данных по γ -рассеянию использовалась теоретическая формула, не учитывающая вклад γ^0 -мезонного поля в сечение γ -рассеяния, который в исследуемой области энергий (~ 100 Мэв) для угла рассеяния 150° составляет 10% и может, вообще говоря, изменить значения $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$.

Поступила в редакцию
18 октября 1974 года.

Л и т е р а т у р а

- I. П. С. Баранов и др. Письма в ЖЭТФ, 19, 777 (1974);
P. S. Baranov et al. Phys. Letters (to be published, 1974).
2. J. Bernabeu, T. E. O. Ericson, C. Ferro Fontan. Phys. Lett., 49B, 381 (1974).
3. M. Gell-Mann, M. L. Goldberger, W. E. Thirring. Phys. Rev., 95, 1612 (1954).
4. R. E. Prange. Phys. Rev., 110, 240 (1958); A. S. Hearn, E. Leader. Phys. Rev., 126, 789 (1962).
5. Л. В. Фильков. Труды ФИАН, 41, 3 (1968).
6. P. S. Baranov, L. V. Filkov, G. A. Sokol. Fortschr. der Phys., 16, 595 (1968).
7. A. S. Hearn. Nuovo Cimento, 21, 333 (1961); A. P. Contogouris. Nuovo Cimento, 25, 104 (1962).
8. W. Pfeil, D. Schwela. Nucl. Phys., B45, 379 (1972).
9. R. G. Moorhouse, H. Oberlack, A. H. Rosenfeld. Phys. Rev., D9, I (1974).
10. Б. А. Петрунькин. ЖЭТФ, 40, 1148 (1961); V. Barashenkov, H. Kaiser, A. Ogreba. Phys. Lett., 2, 33 (1962).