

К ФОРМИРОВАНИЮ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ВАРИАЦИИ ПОЛЯ
В МАГНИТНЫХ СИСТЕМАХ С УЗКИМИ СЕКТОРАМИ

В. Н. Канунников, П. С. Михалев

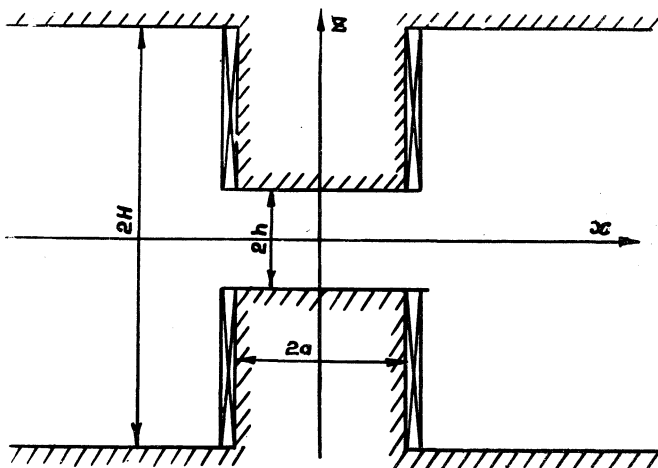
УДК 621.384.612

Изложен метод расчета поля, формируемого периодической системой магнитных секторов, ширина которых по азимуту сравнима с вертикальным зазором. Приводятся подтверждающие расчет результаты моделирования поля.

1. Введение. При расчетах секторных магнитных систем циклических ускорителей с постоянным полем нашли применение двумерные аналитические представления азимутальной вариации поля. Эти представления исходят, в частности, из того, что в пределах большей части ширины сектора поле постоянно, и дают достаточно точное распределение поля у границ секторов и в промежутках между ними /1-3/. Хорошую для практических расчетов точность таких представлений показало их применение к кольцевому фазотрону /4/ и к секторному циклотрону /5,6/. В последнее время для кольцевых индукционных ускорителей с постоянным управляющим полем предложена магнитная система, у которой ширина секторов составляет всего $1/3 - 1/10$ периода системы /7/. Из общих соображений ясно, что при уменьшении сектора и неизменном вертикальном зазоре максимальное поле в секторе в конце концов начнет определяться не только высотой зазора, но и шириной сектора. Рассматриваемый ниже метод расчета применим и в том случае, когда ширина сектора сравнима с высотой зазора, и упомянутые выше представления поля оказываются непригодными.

2. Метод расчета. Идеализированная геометрия рассматриваемой двумерной задачи показана на рис.1. Сечение сектора поверхностью кругового цилиндра представлено двумя выступающими полюсами, охваченными тонкими и равномерно распределенными по высоте обмотками возбуждения (магнитная проницаемость полюсов считается бесконечно большой). Конформные преобразования и ряд получен-

ных с их помощью результатов для такой геометрии можно найти, например, в монографии /8/. Распределение поля B_z в средней плоскости зазора определяется зависимостью



Р и с. 1. Идеализированная геометрия задачи: сечение магнитного сектора цилиндрической азимутальной поверхностью постоянного радиуса

$$B_z(x)/B_0 = \left[\frac{\operatorname{cn}(u|m)}{\operatorname{dn}(u|m)\operatorname{sn}(\alpha|m)} - 1 \right] / \left(\frac{H}{h} - 1 \right), \quad (1)$$

в которой аргумент u эллиптических функций является параметром, зависящим от x , и находится из уравнения

$$\frac{x}{a} = \frac{u}{K} + \frac{H}{Ka} \ln \frac{\theta_1(v_+, \tau)}{\theta_1(v_-, \tau)}. \quad (2)$$

Квадрат модуля $m = k^2$ эллиптических функций и аргумент α определяются системой уравнений

$$Ka/2H = K\operatorname{zn}(\alpha|m), \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{h}{H} K - \frac{a}{H} K', \quad (4)$$

в которых $\operatorname{zn}(\alpha|m)$ — дзета-функция Якоби, а K и K' — полные эллиптические интегралы первого рода. Тета-функция Якоби

$\theta_1(v, \tau)$ выражается известным тригонометрическим рядом

$$\theta_1(v, \tau) = 2q^{1/4} \left\{ \sin \pi v - q^2 \sin 3\pi v + q^6 \sin 5\pi v - \dots \right\}, \quad (5)$$

$$q = \exp(-i\pi\tau), \quad (6)$$

а ее аргумент и модуль равны:

$$v_{\pm} = (K - \alpha \pm u)/2K, \quad (7)$$

$$\tau = iK'/K. \quad (8)$$

Анализ уравнений (3) и (4) показывает, что первое приближение для m можно найти из уравнения

$$a/h \approx (K - E)/E', \quad (9)$$

в котором E и E' — полные эллиптические интегралы второго рода.

Величина V_0 определяется суммарными ампервитками I обмотки одного полюса, зазором $2h$ и используемой системой единиц (гаусс, ампер, см):

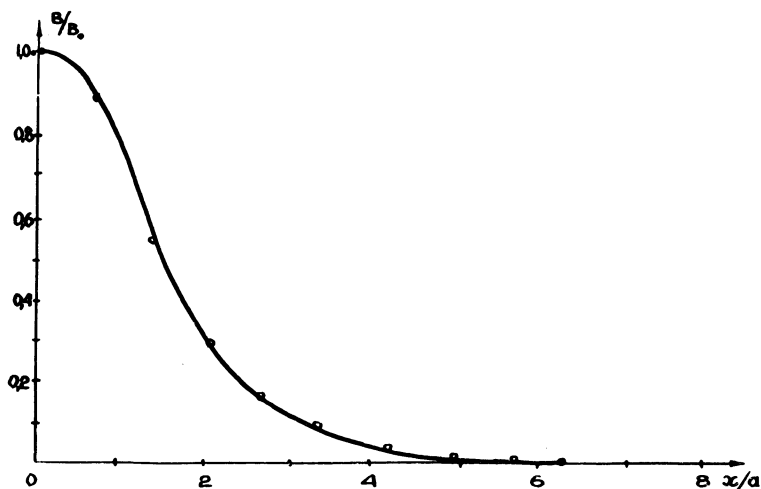
$$V_0 \approx 0,4\pi I/h. \quad (10)$$

Максимальное значение поля достигается в середине сектора; оно равно

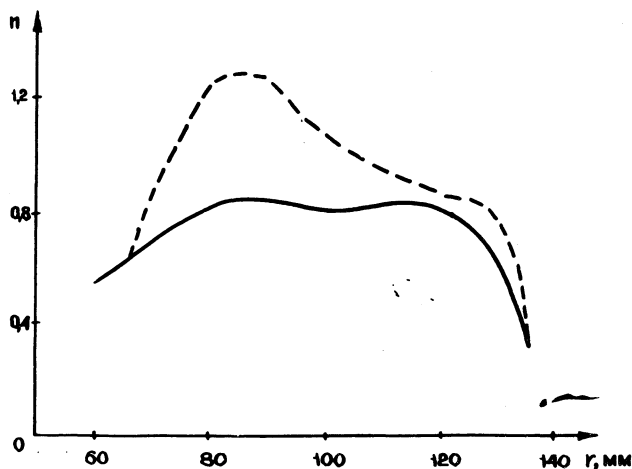
$$V_z(0) = V_0 \left[\operatorname{ns}(\alpha|m) - 1 \right] / \left(\frac{H}{h} - 1 \right). \quad (11)$$

3. Результаты моделирования. На рис.2 приведены зависимость $V_z(x)/V_0$, рассчитанная по формулам (1) и (2) при $a/h = 1,0$ и $h/H = 0,3$, и экспериментальные точки, полученные при измерениях на модели с указанными параметрами. Отклонения экспериментальных данных от расчета не превышают суммарной погрешности измерений, расчета и изготовления модели ($\sim 1\%$).

Если при расчете геометрии магнитной системы из узких секторов пользоваться упомянутыми во введении приближениями, то это внесет большие искажения не только в азимутальную, но и в радиальную вариацию поля по сравнению с расчетом. В частности, это сильно повлияет на величину радиальной производной поля, в первую очередь, на стыке области геометрического подобия ($a/h = \text{const}$, $d/H = \text{const}$) и области, в которой условия подобия не выполняются.



Р и с. 2. Азимутальная зависимость поля в магнитной системе с узкими секторами. Кривая - расчет, точки - эксперимент



Р и с. 3. Измеренные на модели зависимости показателя поля от радиуса. Пунктирная кривая получена с профилем полюсов, рассчитанным без учета изменения a/h с радиусом; сплошная - с полюсами, профиль которых определен с применением изложенного метода расчета

ся, при формировании радиальной вариации распределенными обмотками в одном интервале радиусов и профилированными полюсами — в другом. В качестве примера на рис.3 приведены результаты измерений зависимости показателя поля n от радиуса в модели, рассчитанной на получение $n \approx 0,7-0,8$. Пунктирная кривая получена в геометрии полюсов, определенной в пренебрежении влиянием изменения a/h с радиусом, а сплошная — с учетом этого эффекта. В исследованной модели $a/h \approx 0,5$ до радиуса 80 мм, а затем быстро увеличивается до $a/h \approx 1,3$ при $r = 125$ мм; азимутальная кривая на рис.2 соответствует радиусу 110 мм.

Авторы приносят искреннюю благодарность А. А. Косареву и Л. Н. Чекановой за помощь в работе.

Поступила в редакцию
10 декабря 1974 года.

Л и т е р а т у р а

1. В. Н. Канунников. ЖТФ, 33, 592 (1963).
2. В. Н. Канунников. Кр.сообщ. по физике ФИАН № 3, 33 (1970).
3. В. А. Пападичев. Кр. сообщ. по физике ФИАН № 4, 61 (1970).
4. В. Н. Канунников, А. А. Коломенский, В. А. Пападичев. Труды II Всесоюзного совещания по ускорителям (Москва, 1970), т.П., 1972 г., стр. 12.
5. В. Н. Канунников. Кр. сообщения по физике ФИАН № 8, 49 (1971).
6. В. Н. Канунников, А. А. Коломенский, В. А. Пападичев, А. П. Фатеев. Препринт ФИАН № 150, 1970 г.
7. В. Н. Канунников, А. А. Коломенский, П. С. Михалев, А. П. Фатеев. Препринт ФИАН № 58, 1974 г.
8. Г. Бухгольц. Расчет электрических и магнитных полей. ИЛ., М., 1961 г., стр. 592.