Краткие сообщения по физике № 5 1975

НАГРЕВ ДВИЖУЩИХСЯ ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНЫХ КАПЕЛЬ В ПОЛУПРОВОДНИКЕ

С. Г. Тиходеев

УДК 537.311.33

Получено уравнение для определения температуры электронно-дырочной капли, движущейся в поле неоднородных статических деформаций. Показано, что при увеличении скорости движения капля нагревается приведена также оценка нагрева капли, показывающая, что капля может достичь скорости звука, не испарившись до этого.

Эффект ускорения электронно-дырочных капель в поле неоднородных статических деформаций неоднократно рассматривался в печати /1-3/. В частности, в /1,2/ указывалось, что капли могут достичь скорости звука при достижимых реально градиентах деформации полупроводника. При этом, однако, не учитывалась возможность перегрева и испарения капель вследствие взаимодействия с тепловыми фононами решетки. Несложно извлечь оценку этого нагрева из уравнений типа предложенных в работе /3/. При этом для простоты будет использоваться модель кубического однодолинного изотропного (в смысле тензора эффективных масс электронов и дырок) полупроводникового кристалла.

Напомним вкратце, из каких соображений выводятся эти уравнения.

Как известно, под воздействием деформации ε_{ik} ширина запрещенной зоны полупроводника, т.е. энергия одной электрон-дырочной пары изменяется: $E_g(\varepsilon_{ik}) = E_{go} + \frac{\partial E_g}{\partial \varepsilon_{ik}} \varepsilon_{ik} = E_{go} + D_{ik}\varepsilon_{ik}$, где $D_{ik} = D_{eik} + D_{hik}$ – суммарный деформационный потенциал на пару электрон-дырка. Для кубического кристалла это выражение записывается в виде $E_g = E_{go} + D\varepsilon$, где $\varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$. Если деформация неоднородна, то на электрон-дырочную пару будет действовать сила $-\nabla E_g = -D\nabla\varepsilon$. Если неоднородность деформации мала на расстояниях порядка радиуса капли, то суммарная сила, действующая на каплю в поле неоднородной деформации, будет равна

$$\vec{F} = - n_o V_o D \nabla \varepsilon, \tag{I}$$

где n_o - плотность носителей в капле, V_o - объем капли.

Под воздействием силы (I) капля начнет ускоряться, взаимодействие же с тепловыми фононами приведет к установлению некоторой постоянной скорости движения капли $\vec{v}$. При этом весьма существенно то, что электроны и дырки в капле гораздо чаще сталкиваются друг с другом, чем с фононами решетки (из-за имеющегося в капле вырождения взаимодействие с тепловыми фононами подавлено). Поэтому можно считать, что в системе координат, связанной с движущейся каплей, все время успевает установиться ферми-распределение электронов и дырок с некоторой, отличной от температуры решетки T, температурой T_k. Последовательно учтя выше сказанное, можно написать следующие уравнения для определения скорости и температуры капли:

$$n_o(m_e + m_h) \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - n_o D \nabla \varepsilon - \frac{\pi}{\hbar \rho s} \sum_{j=e,h} D_j^2 \int \vec{q} q \frac{d^3q d^3k}{(2\pi\hbar)^6} \times$$
$$\times \left\{ F_{j\vec{k}}(1 - F_{j\vec{k}-\vec{q}})(N_q + 1) - F_{j\vec{k}-\vec{q}}(1 - F_{j\vec{k}})N_q \right\} \times$$
$$\times \delta(\varepsilon_{j\vec{k}} - \varepsilon_{j\vec{k}-\vec{q}} - sq + \vec{q}\vec{v}); \tag{2}$$

$$\frac{dE}{dt} + n_o(m_e + m_h)\vec{v} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - n_o D \nabla \varepsilon \vec{v} - \frac{\pi}{\hbar \rho} \sum_{j=e,h} D_j^2 \int q^2 \times$$
$$\times \frac{d^3q d^3k}{(2\pi\hbar)^6} \left[F_{j\vec{k}}(1 - F_{j\vec{k}-\vec{q}})(N_q + 1) - F_{j\vec{k}-\vec{q}}(1 - F_{j\vec{k}})N_q \right] \times$$
$$\times \delta(\varepsilon_{j\vec{k}} - \varepsilon_{j\vec{k}-\vec{q}} - sq + \vec{q}\vec{v}); \tag{3}$$

где E - плотность энергии ферми-газа с химическим потенциалом и массами электронов и дырок μ_e, m_e и μ_h, m_h соответственно,

$$F_{j\vec{k}} = \left[1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_{j\vec{k}} - \mu_j}{k_o T_k} \right) \right]^{-1}, \quad \varepsilon_{j\vec{k}} = \frac{\vec{k}^2}{2m_j}, \quad N_q = \left[\exp \frac{sq}{k_o T} - 1 \right]^{-1},$$

ρ – плотность кристалла, s – скорость продольного звука в полупроводнике.

Следует учесть, что уравнения (2)–(3) справедливы только при $v < s$, поскольку при $v > s$ начнется когерентное излучение каплей фононов типа черенковского. А это излучение не учтено в (2)–(3). Во всяком случае, уравнения (2)–(3) позволяют оценить нагрев капель при околозвуковых скоростях.

Рассмотрим уравнения (2)–(3) в случае статических деформаций и в установившемся режиме. Приравнивая нулю производные по времени и исключая из (2)–(3) $\nabla\varepsilon$, получим следующее уравнение для определения T_k:

$$\sum_j D_j^2 \int q^2 \frac{d^3k d^3q}{(2\pi\hbar)^6} \left(1 - \frac{v}{s}\cos\Phi\right) \delta(\varepsilon_{j\vec{k}} - \varepsilon_{j\vec{k}-\vec{q}} - sq + \vec{q}\vec{v}) \times$$

$$\times \left[F_{j\vec{k}}(1 - F_{j\vec{k}-\vec{q}})(N_q + 1) - F_{j\vec{k}-\vec{q}}(1 - F_{j\vec{k}})N_q\right] = 0 \qquad (4)$$

(здесь $\vec{q}\vec{v} = qv\cos\Phi$).

После интегрирования в (4) по $\cos\vartheta = \vec{k}\vec{q}/kq$ имеем

$$D_e^2 m_e \int_{1-v/s}^{1+v/s} F_e(y)dy + D_h^2 m_h \int_{1-v/s}^{1+v/s} F_h(y)dy = 0, \qquad (5)$$

где

$$F_j(y) = y \int_0^\infty \eta^3 d\eta \, \frac{e^\eta - e^{\eta y x}}{(e^\eta - 1)(e^{\eta y x} - 1)} \times$$

$$\times \ln \left\{ \frac{\exp\left[\frac{x}{4C_j}(C_j y + \eta)^2 - A_j\right] + e^{\eta y x}}{\exp\left[\frac{x}{4C_j}(C_j y + \eta)^2 - A_j\right] + 1} \right\}, \qquad (6)$$

$$x = \frac{T}{T_k}, \quad C_j = \frac{2m_j s^2}{K_0 T}, \quad A_j = \frac{\mu_j}{K_0 T}, \quad \eta = \frac{sq}{K_0 T}, \quad y = 1 - \frac{v}{s}\cos\Phi.$$

В простейшем случае $m_e = m_h$, $\mu_e = \mu_h$ уравнение (5) имеет вид:

$$\int_{1-v/s}^{1+v/s} F(y)dy = 0, \qquad (7)$$

где $F(y) \equiv F_e(y) \equiv F_h(y)$. Заметим, что

$$\ln\left\{\frac{\exp\left[\frac{x}{4C}(Cy+\eta)^2-A\right]+e^{\eta yx}}{\exp\left[\frac{x}{4C}(Cy+\eta)^2-A\right]+1}\right\}\cong\begin{cases}\eta yx, & |Cy+\eta|<2\sqrt{AC},\\ 0, & |Cy+\eta|>2\sqrt{AC},\end{cases}$$

поэтому с хорошей степенью точности при $C/A\ll 1$ и при $yC\ll\eta$ (при $s\sim 5\cdot 10^5$ см.сек$^{-1}$, $T\sim 4^0$K, $n_0\sim 10^{17}$–10^{18} см$^{-3}$, $A\sim 10$, $C\sim 0,5$; как будет видно из дальнейшего, интересная для нас область изменения $y\sim 1$, поэтому последнее условие не накладывает практических ограничений на η) имеем:

$$F(y)=xy^2\int_0^{2\sqrt{AC}}\eta^4\,\frac{e^{\eta}-e^{\eta yx}}{(e^{\eta}-1)(e^{\eta yx}-1)}\,d\eta,$$

и заменой переменных $\xi = yx$ (7) сводится к виду

$$\int_{(1-v/s)x}^{(1+v/s)x}\Phi(\xi)d\xi=0, \tag{8}$$

где
$$\Phi(\xi)=\xi^2\int_0^{2\sqrt{AC}}\eta^4\,\frac{e^{\eta}-e^{\eta yx}}{(e^{\eta}-1)(e^{\eta yx}-1)}\,d\eta.$$

Видно, что $\Phi(\xi)>0$ при $0<\xi<1$, $\Phi(1)=0$ и $\Phi(\xi)<0$ при $\xi>1$. Также легко показать, что при любом $0<a<1$, $|\Phi(1+a)|>\Phi(1-a)$. Из этих свойств функции $\Phi(\xi)$ очевидно, что можно подобрать такое x, чтобы (8) выполнялось. При этом x должно быть таким, чтобы нуль $\Phi(\xi)$ при $\xi=1$ попал в область интегрирования. Отсюда получается следующая оценка для x: $(1-v/s)x<1<(1+v/s)x$, т.е. $(1-v/s)T<T_k<(1+v/s)T$. Из второго свойства следует, как нетрудно показать, что $T_k>T$. Итак, окончательная оценка для температуры капли

$$T<T_k<(1+\frac{v}{s})T. \tag{9}$$

В частности, при $v=s$, $T<T_k<2T$.

Продифференцировав (8) по v, можно показать, что $dT_k/dv>0$, т.е. нагрев капли монотонно увеличивается с увеличением скорости движения. Как видно из (9), максимальный нагрев ее не настолько велик, чтобы капля испарилась. В частности, численное решение уравнения (8) при $2\sqrt{AC} = 5$ дает $T_k = 1,2$ T.

Несложно также обобщить полученные в работе оценки на случай $m_e \neq m_h$, $\mu_e \neq \mu_h$.

В случае некубической симметрии кристалла электроны и дырки в капле будут взаимодействовать не только с продольным, но и с поперечным звуком. Поэтому в результаты этой работы в качестве максимальной скорости войдет скорость поперечного звука.

Автор благодарен Л. В. Келдышу за большую помощь в постановке и решении задачи.

Поступила в редакцию
25 февраля 1975 года.

Литература

1. В. С. Багаев, Т. И. Галкина, О. В. Гоголин, Л. В. Келдыш. Письма в ЖЭТФ, 10, 309 (1969).
2. В. С. Багаев, Т. И. Галкина, О. В. Гоголин. Сб. "Экситоны в полупроводниках", М., "Наука", 1971 г., стр. 19.
3. Л. В. Келдыш. Сб. "Экситоны в полупроводниках", М., "Наука", 1971 г., стр. 5.