*Краткие сообщения по физике № 8 1975*

# К ВОПРОСУ О ГАЗОКИНЕТИЧЕСКОМ ДАВЛЕНИИ В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Д. И. Гулзенко, В. Е. Чертопруд

УДК 523.7

В связи с анализом активных солнечных областей рассматривается связь плотности с перепадом газокинетического давления внутри ограниченного замагниченного плазменного объема, расширяющегося в безмагнитной плазме. Характер этой связи в разных частях всплывающей к фотосфере замагниченной конвективной ячейки определяет эволюцию активной области.

В современных моделях активных областей Солнца широко используется представление о выносе в фотосферу магнитного поля паркеровским механизмом плавучести. Как известно /I/, газокинетическое давление $p^*$ в квазистатическом замагниченном плазменном объеме ("каверне"), окруженном безмагнитной плазмой, определяется внешним давлением $p$, магнитным давлением $p_m = H^2/8\pi$ и натяжением вдоль магнитных силовых линий. Соотношение этих величин зависит от структуры магнитного поля. Например, в бессиловом поле $\vec{H}^{(б)}$ ($\vec{H}^{(б)} \times \overrightarrow{rot}\vec{H}^{(б)} = 0$) магнитное давление полностью компенсируется натяжением силовых линий - такое поле не вызывает плавучести "каверны". В магнитном же поле $\vec{H}^{(п)}$ с параллельными силовыми линиями натяжение перпендикулярно внешнему давлению $p$, при этом газокинетическое давление $p^*$ и плотность $\rho^*$ плазмы внутри каверны могут быть существенно меньше, чем снаружи ($p_m + p^* = p$, $\rho^* < \rho$), что и определит действующую на каверну подъемную силу. Как показывают наблюдения /2/, магнитное поле $\vec{H}$ активной области имеет сложную структуру и заведомо не является "параллельным" ($\vec{H} \neq \vec{H}^{(п)}$). Оно не может быть и чисто бессиловым, поскольку последнее само по себе не приводит к плавучести ($\vec{H} \neq \vec{H}^{(б)}$). В интересующем нас круге вопросов описание поля активной области в виде суммы таких простейших полей ($\vec{H} = \vec{H}^{(б)} + \vec{H}^{(п)}$) уже является достаточно гибким.

Рассмотрим цилиндрически симметричное поле $\vec{H}^{(\text{Ц})}(s)$, однородное вдоль оси симметрии $z$, исчезающее на достаточном удалении от оси ($\vec{H}^{(\text{Ц})}(s) = 0$ при $s > s_0$). Его всегда можно представить в виде

$$\vec{H}^{(\text{Ц})}(s) = [a(s) + b(s)]\vec{e}_z + c(s)\vec{e}_\varphi, \qquad (\text{I})$$

где

$$[b(s)]^2 = 2\int_0^{s_0} \left\{ \frac{c(\xi)}{d\xi} \frac{d}{d\xi} [\xi c(\xi)] \right\} d\xi,$$

$$c(0) = 0, \; a(\infty) = b(\infty) = c(\infty) = 0. \qquad (2)$$

Здесь $s$, $\varphi$, $z$ – цилиндрические координаты, $\vec{e}_s$, $\vec{e}_\varphi$, $\vec{e}_z$ – их орты. Нетрудно проверить, что поле $b(s)\vec{e}_z + c(s)\vec{e}_\varphi$ бессиловое, т.е.

$$\vec{H}^{(\text{Ц})}(s) = \vec{H}^{(\text{б})}(s) + \vec{H}^{(\text{п})}(s),$$

$$\vec{H}^{(\text{б})}(s) = b(s)\vec{e}_z + c(s)\vec{e}_\varphi, \qquad (3)$$

$$\vec{H}^{(\text{п})}(s) = a(s)\vec{e}_z.$$

Определяемая полем $\vec{H}^{(\text{Ц})}(s)$ сила $\vec{f} = -\frac{1}{4\pi} \vec{H} \times \overrightarrow{\text{rot}}\vec{H}$ потенциальна, поскольку

$$\vec{f}(s) =$$

$$= -\frac{1}{4\pi}\left\{ \frac{1}{2}\frac{d}{ds}[a(s) + b(s)]^2 + \frac{c(s)}{s}\frac{d}{ds}[sc(s)] \right\}\vec{e}_s = -\overrightarrow{\text{grad}}\,\psi(s), \qquad (4)$$

$$\psi(s) = \frac{1}{8\pi}\left( [a(s) + b(s)]^2 - 2\int_s^{s_0} \left\{ \frac{c(\xi)}{\xi}\frac{d}{d\xi}[\xi c(\xi)] \right\} d\xi \right) =$$

$$= \frac{1}{8\pi}\left\{ [a(s) + b(s)]^2 - [b(s)]^2 \right\}. \qquad (5)$$

(Неопределенная аддитивная постоянная в потенциале $\psi(s)$ здесь выбрана так, чтобы $\psi(\infty) = 0$.) Из формул (4) и (5) следует, что разность внешнего $p$ и внутреннего $p^*(s)$ давлений составляет

$$p - p^*(s) = \psi(s) = \frac{1}{8\pi}\left\{\left[H_z^{(\text{п})}(s)\right]^2 - \left[H_z^{(\text{б})}(s)\right]^2\right\}. \qquad (6)$$

Если ось симметрии $z$ перпендикулярна направлению силы тяжести, а температура внутри и вне цилиндра одинакова, то для плавучести каверны необходимо, чтобы $\int_0^{s_0} [a(\xi) + b(\xi)]^2 d\xi > \int_0^{s_0} [b(\xi)]^2 d\xi$, или $\int_0^{s_0} \left[H_z^{(\text{п})}(\xi)\right]^2 d\xi > \int_0^{s_0} \left[H_z^{(\text{б})}(\xi)\right]^2 d\xi$. Ограничившись здесь рассмотрением конфигураций $\vec{H}^{(\text{п})}(s)$, для которых $a(0)b(0)>0$, получим для максимального перепада газокинетического давления в каверне

$$\Delta p = \beta p_m(0), \qquad \beta \equiv 1 - \left[\frac{b(0)}{a(0) + b(0)}\right]^2. \qquad (7)$$

Положительный параметр $\beta$ характеризует степень отклонения поля $\vec{H}^{(\text{п})}(s)$ от бессилового: $\beta = \{[H^{(\text{п})}(0)]^2 - [H^{(\text{б})}(0)]^2\}/[H^{(\text{п})}(0)]^2$.

Рассмотрим теперь эволюцию поля $\vec{H}^{(\text{п})}(s)$ при адиабатическом расширении плазменной каверны, предполагая, что ее высокая проводимость обеспечивает практически полную вмороженность поля. Пусть каверна равномерно расширяется вдоль оси $z$ и в радиальных направлениях по общему закону

$$\frac{d\xi_z}{\xi_z} = A_z dt, \qquad \frac{d\xi_s}{\xi_s} = A_s dt, \qquad (8)$$

сохраняющему тип симметрии поля $\vec{H}^{(\text{п})}(s)$; здесь $\xi_\alpha$ – соответствующие элементы длины. Отметим, индексами 0 и I параметры начального и конечного состояний каверны при ее адиабатическом расширении на малом интервале времени, в течение которого отношение $K(t) \equiv A_z(t)/A_s(t)$ можно считать постоянным. Пусть в результате расширения радиальный размер $s_c$ каверны увеличился в $q$ раз ($s_1 = qs_0$); тогда, согласно (8), ее масштаб по оси $z$ возрастет в $q^K$ раз, плотность же $\rho^*(s)$ плазмы внутри цилиндра уменьшится в $q^{2+K}$ раз:

$$\rho_1^*(s) = q^{-(2+K)}\rho_0^*(s). \qquad (9)$$

При этом $z$-составляющая суммарного поля $\vec{H}^{(\text{п})}(s)$ в каверне уменьшится в $q^2$ раз, а $\varphi$-составляющая $c(s)$ – в $q^{(1+K)}$ раз. Как видно из формулы (2), $z$-компонента $b(s)$ бессилового поля $\vec{H}^{(б)}(s)$ изменяется во времени пропорционально его $\varphi$ - компоненте $c(s)$, значит $b_1(s) = q^{(1+K)} b_0(s)$. Магнитное давление на оси симметрии $p_m(0)$, определяемое (в силу $c_1(0) = c_0(0) = 0$) $z$-составляющей поля $\vec{H}^{(п)}$, уменьшится в $q^4$ раз. Из определения (7) параметра $\beta$ получаем:

$$1 - \beta_1 = q^{2(1-K)}(1 - \beta_0). \qquad (10)$$

Полученная формула количественно характеризует изменение с расширением плазмы соотношения бессиловой и "параллельной" составляющих поля $\vec{H}^{(п)}(0)$ на оси каверны. Качественный смысл ее ясен: если растяжение каверны по $z$ больше расширения ее по радиусу $s$ $(K>1)$, отклонение поля $\vec{H}^{(п)}(s)$ от бессилового возрастает. Такая ситуация противоположна свободному расширению поля, когда существенны джоулевы потери. Из формулы (8) следует, наконец, для максимального перепада давления

$$\Delta p_1 = q^{-4}\left[1 - q^{(2-K)}(1 - \beta_0)\right]\Delta p_0. \qquad (11)$$

Известно /3/, что расширение (сжатие) плазмы перпендикулярно направлению вмороженного в нее "параллельного" поля описывается обычными решениями газодинамики без поля с уравнением состояния $p_m = \Delta p = \rho^{\gamma_m}$, в котором $\gamma_m = 2$. Если же замагниченная таким полем $\vec{H}^{(п)}$ плазма расширяется однородно и изотропно, то $\gamma_m = 4/3$. Величину $\gamma_m$, аналогичную показателю $\gamma$ адиабаты, можно ввести и в рассматриваемом здесь более сложном варианте поля $\vec{H} = \vec{H}^{(п)}(s)$, определив $\gamma_m \equiv \frac{d\ln\Delta p}{d\ln\rho^*(0)}$. Из формул (9) и (11) найдем

$$\gamma_m = \frac{2}{2+K}\left[2 + (1-\beta)(1-K)\right]. \qquad (12)$$

В модели /4/ приводящая к образованию активной области каверна замагниченной плазмы имеет конфигурацию не цилиндра, а деформированного тора, всплывающего ребром. Разные участки такого тора расширяются по-своему. Наибольшей плавучестью обладает верхний горизонтальный участок, который тянет за собой весь тор; при этом вертикальные участки расширяются преимущественно в вертикальном направлении $(K>1)$, горизонтальные участки более изотропно

($K \simeq 1$). Положив в формуле (I2) $\beta \simeq 0,1$, получим

$$\gamma_m = 0,9 \text{ при } K \simeq 1,5 \text{ и } \gamma_m = \frac{4}{3} \text{ при } K = 1.$$

Таким образом при анализе динамики формирования активной области нужно учитывать непривычный характер уравнения состояния замагниченной плазмы в вертикальных участках тора.

Поступила в редакцию
I0 июня I975 г.

## Литература

I. С. Б. Пикельнер. Основы космической электродинамики. "Наука", М., I966 г.
2. Р. Брей, Р. Лоухед. Солнечные пятна. "Мир", М., I966 г.
3. С. А. Каплан, К. П. Станюкович. Доклады АН СССР, 95, 769 (I954).
4. Л. И. Гудзенко, В. Е. Чертопруд. Астроном. журнал, 42, 267 (I965).