

ПРОВЕРКА ТЕОРИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ НИГАМА,
СУНДАРСАНА И ВУ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С
РЕЛЯТИВИСТИЧЕСКИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ

В. Ф. ГРУШИЦ

УДК 539.171

Показано, что предложенная Нигамом, Сундарсаном и Ву теория многократного рассеяния заряженных частиц в качестве более точной, чем теория Мольера-Бете, не подтверждается известными экспериментами с релятивистскими электронами.

В 1959 г. Нигам, Сундарсан и Ву опубликовали работу /1/, в которой предложена теория многократного рассеяния заряженных частиц, существенно корректирующая теорию Мольера /2/ и Бете /3/. В результате иного подхода к учету вкладов высших борновских приближений и использования релятивистской формулы для сечения однократного рассеяния, Нигам и др. (НСВ) получили, вообще говоря, иное, нежели Мольер-Бете (МБ), распределение рассеянных частиц по углу. Различие двух теорий обнаруживается прежде всего в выражении для угла экранирования χ_α , в конечном итоге влияющем на ширину углового распределения.

В случае рассеяния релятивистских электронов полученные в указанных выше работах выражения для угла экранирования сводятся к следующим:

$$\text{МБ} \quad \chi_\alpha^2 = 1,13\chi_0^2(1 + 1,78 \cdot 10^{-4}z^2), \quad (1)$$

$$\text{НСВ} \quad \chi_\alpha^2 = \mu^2\chi_0^2(1 + 4,9 \cdot 10^{-2}\mu z\chi_0), \quad (2)$$

где z - атомный номер рассеивающего атома, μ - как называемый параметр экранирования, χ_0 - угол экранирования в низшем борновском приближении. При этом $\chi_0 = (\hbar/p)z^{1/3}(0,885a_0)^{-1}$, где p - импульс электрона, a_0 - радиус борновской орбиты. В работе НСВ /1/ важным моментом является то, что параметру μ приписано значение 1,8, которое приводит к согласию с экспериментом Хансона и

др. /4/ по многократному рассеянию электронов с энергией 15,6 Мэв. Если подставить в (2) это значение μ и выражение для χ_0 , то получится

$$\text{НСВ} \quad \chi_\alpha^2 = 3,24\chi_0^2 \left(1 + 3,52 \cdot 10^{-4} \frac{Z^{4/3}}{E} \right), \quad (2')$$

где E — энергия электронов (в Мэв).

Сопоставление формул (1) и (2') показывает, что они различаются как числовыми множителями, так и поправочными членами в скобках. Нетрудно видеть, что поправочный член в (2') при $E > 10$ Мэв исчезающе мал даже для достаточно больших Z , и это позволяет с хорошей точностью ограничиться первым слагаемым. В таком случае становится очевидным, что выражения для χ_α теорий МБ и НСВ сильнее всего отличаются при малых Z .

Чтобы перейти к прямому сравнению предсказаний этих теорий относительно ширины углового распределения релятивистских электронов после многократного рассеяния, воспользуемся представлениями этих распределений в гауссовой форме. Гауссово распределение по углу ε является хорошим приближением для не очень больших ε (по крайней мере до уровня $1/\varepsilon$). Согласно МБ, это распределение имеет вид /4/

$$F_{\text{МБ}} \sim \exp \left[-\varepsilon^2 / \theta_1^2 (V - 1,2) \right], \quad (3)$$

в то время как теория НСВ приводит к выражению /7/

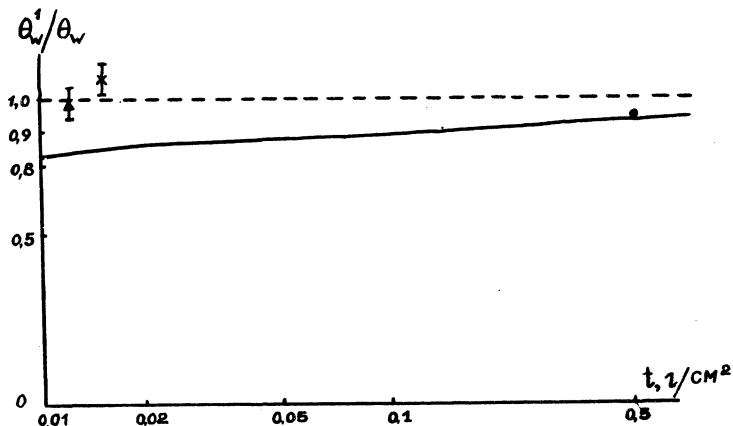
$$F_{\text{НСВ}} \sim \exp \left[-\varepsilon^2 / \theta_1^2 x_w^2 (V') V' \right]. \quad (4)$$

В формулах (3) и (4) содержится одинаковый параметр θ_1 — предельный угол единичного рассеяния; параметры V и V' определяются из трансцендентного уравнения $V - \ln V = b$, где $b = \ln(\theta_1^2 / \chi_\alpha^2) - 0,154$, и поэтому оказываются разными в силу различия χ_α . Функция $x_w(V')$ рассчитана в работе /7/, ее значения при $V' = 4 + 15$ лежат в пределах 0,84–0,95.

Соотношение полуширин распределения на уровне $1/\varepsilon$, предсказываемых теориями НСВ и МБ, оказывается следующим:

$$\theta_w' / \theta_w = x_w(V') \sqrt{\frac{V'}{V - 1,2}}. \quad (5)$$

Для рассеивателей с малым z подкоренное выражение практически совпадает с единицей, и соотношение полуширин определяется величиной $x_w(B')$. Это означает, что согласно НСВ угловое распре-



Р и с.1. Расчет отношения полуширин углового распределения согласно теории НСВ (θ_w) и теории МБ (θ'_w) для случая бериллиевой фольги разных толщин t . Экспериментальные данные для $\theta'_w^{\text{эксп}}/\theta_w$: точка - работа Хансона и др. /4/, треугольник - работа Мозли и др. /5/, крестик - работа ФИАН-ИЯИ /6/

деление является более узким, чем по теории МБ. Поскольку с увеличением B' значение x_w стремится к единице, следует ожидать наибольшего различия величин θ'_w и θ_w при малых B' , т.е. при малых толщинах рассеивателя t , так как $B \sim \ln t$.

Нами проведен расчет величины θ'_w/θ_w для $z = 4$ (Be) в диапазоне толщин $t = 0,01 - 1,0 \text{ г}/\text{см}^2$. На рис.1 представлен результат расчета, а также нанесены отношения полученных в известных экспериментах /4,5,6/ полуширин к предсказываемым по МБ.

Эксперимент Хансона и др. /4/ (1951 г.) был выполнен с бериллиевой фольгой толщиной $t = 0,491 \text{ г}/\text{см}^2$ и обнаружили 5%-ное расхождение с теорией МБ (3). Если этот эффект целиком отнести на счет несовершенства теории (что, по-существу, и сделано в работе НСВ), то эксперименты с меньшими t должны были бы обнаружить еще более сильное расхождение с теорией МБ. Известно, что

после работы /4/ были выполнены эксперименты Мозли и др. /5/ (1958 г.) и группы ФИАН-ИЯИ /6/ (1974 г.) на электронных пучках с энергиями 600 Мэв и 50 Мэв соответственно. В обоих работах использовались бериллиевые фольги с толщинами, много меньшими, чем в работе /4/: 0,012 г/см² и 0,015 г/см². Результаты сопоставления данных этих экспериментов с теорией МБ показаны на рис. I с учетом экспериментальных ошибок. Вместо ожидаемого согласно НСВ расхождения ($\approx 15\%$) получены хорошие подтверждения теории МБ.

Легко допуская наличие приблизительно 5%-ной систематической погрешности в результатах Хансона и др. ^{*}), можно утверждать, что имеющиеся на сегодня экспериментальные данные по многократному рассеянию релятивистских электронов согласуются с теорией МБ, а не с теорией НСВ (при $\mu = 1,8$).

Что касается исследования многократного рассеяния электронов в фольгах с большим Z (Ta, Au), то и в этом случае нет оснований отдавать предпочтение результатам теории НСВ, ибо даже при $t \sim 10^{-2}$ г/см² предсказания обеих теорий оказываются практически неразличимыми, и эксперименты не обнаруживают с ними значимого расхождения (см. табл. I).

Таблица I

Материал фольги и толщина в г/см ²	Ссылки на эксперимент	e_w'/e_w	
		Расчет	Эксперимент
Au; $t = 0,037$	4	0,99	0,985
Au; $t = 0,010$	5	0,98	0,99 \pm 0,03
Ta; $t = 0,012$	6	0,97	1,02 \pm 0,03

Следует заметить, что уже в работе Нигама и Матура /8/ (1961 г.) обнаружено несогласие расчетов по теории НСВ (при $\mu = 1,8$) с экспериментом на позитронах с энергией ≤ 1 Мэв. Достаточного согласия удавалось добиться при использовании $\mu = 1,12$, что рассматривалось авторами как указание на возможную энергетическую зависимость параметра μ . ^{**)}

^{*}) В этой работе /4/ ошибки измерений не приведены.

^{**)} К моменту публикации теории НСВ эксперимент Мозли и др. был уже проведен, однако о нем не упоминается не только в /1/, но и в более поздних работах /7,8/ по той же теории.

В заключение укажем, что при использовании в формулах НСВ того же значения параметра μ , что и у МБ ($\mu^2 = 1,13$), в случае $Z = 4$ и $t \sim 10^{-2}$ г/см² получается $\Theta'_W/\Theta_W \approx 0,97$; в случае $Z = 80$ и $t \sim 10^{-2}$ г/см² это отношение примерно равно 1,06; для $Z = 41$ (Nb) и $t = 0,035$ г/см² оно становится равным 1,015, в то время как эксперимент для этого случая /6/ дает значение $1,025 \pm 0,027$.

Таким образом, при $\mu \approx 1$ расхождение предсказаний теорий НСВ и МБ существенно уменьшается и в большинстве случаев не выходит за пределы точности известных экспериментов с релятивистскими электронами.

Автор признателен В. И. Манько за интерес к работе.

Поступила в редакцию
25 июня 1975 г.

Л и т е р а т у р а

1. B. P. Nigam, M. K. Sundaresan, T. Y. Wu. Phys. Rev., 115, 491 (1959).
2. G. Moliere. Z. Naturforsch., 2a, 133 (1947); 3a, 78 (1948).
3. H. Bethe. Phys. Rev., 82, 1256 (1953).
4. A. Hanson et al. Phys. Rev., 84, 634 (1951).
5. R. Mosley et al. Phys. Rev., 111, 647 (1958).
6. Ю. М. Александров, В. Ф. Грушин и др. Препринт ФИАН № 69, 1974 г.; ЖЭТФ, 68, 1597 (1975).
7. J. V. Marion, B. A. Zimmerman. NIM, 51, 93 (1967).
8. B. P. Nigam, V. S. Mathur. Phys. Rev., 121, 1577 (1961).