Краткие сообщения по физике № 1 1974

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ АПЕРИОДИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ НЕОДНОРОДНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ С ГОРЯЧИМИ ИОНАМИ

С. Вукович[ж)], В. П. Силин

УДК 533.951

Для плазмы, находящейся в магнитном поле, рассмотрено влияние пространственной неоднородности на порог апериодической параметрической неустойчивости в условиях, когда температура ионов превышает температуру электронов.

В ряде экспериментов /1/, как лабораторных, так и ионосферных, приходится иметь дело с неоднородной магнитоактивной плазмой, находящейся в высокочастотном электрическом поле. При этом представляет интерес вычисление пороговых значений напряженности внешнего ВЧ поля, при превышении которых плазма становится параметрически неустойчивой. Как было показано в работе /2/, в неоднородной плазме с горячими ионами порог для возбуждения периодических колебаний $(\gamma \ll \omega)$ почти во всех практически интересных случаях превышает порог апериодической неустойчивости $(\mathrm{Re}\,\omega = 0)$.

В настоящем сообщении рассматривается апериодическая параметрическая неустойчивость в магнитоактивной неоднородной плазме с горячими ионами, плотность которой линейно меняется вдоль направления внешнего магнитного поля (ось x):

$$n(x) = n_0(1 + x/H).$$

Поле накачки $\vec{E} = E_0 \sin\omega_0 t$ будем считать направленным вдоль оси z, а частоту ω_0 близкой к одной из частот собственных колебаний электронной плазмы:

$$\omega_{re}^{(1,2)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\omega_{Le}^2(x=0) + \Omega^2 \pm \left[(\omega_{Le}^2(x=0) + \Omega^2)^2 - 4\omega_{Le}^2(x=0)\Omega^2\cos^2\theta\right]^{1/2}\right\}^{1/2}, \quad (1)$$

ж) Институт Физики, Белград, Югославия.

где θ – угол между направлениями внешнего магнитного поля и волнового вектора возмущений; $\omega_{Le}(x=0) = \left[4\pi e^2 n_e(x=0)/m_e\right]^{1/2}$, $\Omega = |e|B/m_e c$ – ленгмюровская и циклотронная частота электронов. Внешние поля предполагаются однородными. Мы ограничимся случаем малых длин волн по сравнению с H, поскольку для таких длин волн пороги оказываются наименьшими, а также будем рассматривать распространение волн почти поперек внешнего магнитного поля ($\theta \approx \approx \pi/2$, но вклад ионов не учтеный в формуле (I), еще не существенен). Последнее ограничение связано с тем, что взаимодействие внешнего ВЧ поля именно с такими волнами является наиболее важным.

Исходя из линеаризованных уравнений двухжидкостной гидродинамики и пренебрегая тепловым движением электронов, для достаточно слабых ВЧ полей ($R_\perp r_E \ll 1$, $r_E = eE_0/m\omega_0^2$) получаем следующее дифференциальное уравнение для амплитуд возмущений плотности ионов на границе неустойчивости (ср. /2/):

$$\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + Q(x)a = 0, \qquad (2)$$

где

$$Q(x) = -R_\perp^2 \left\{ \frac{r_E^2 f \omega_0^2}{2r_{Di}^2 \varkappa^{(1,2)}} \frac{\omega_0^2 - \left[\omega_{re}^{(1,2)}(x)\right]^2}{\left[\omega_0^2 - \left[\omega_{re}^{(1,2)}(x)\right]^2\right]^2 + \dfrac{\nu^2 f^2 \omega_{Le}^4}{\left[\varkappa^{(1,2)}\right]^2 \omega_0^2}} - 1 \right\}. \qquad (3)$$

Здесь верхние индексы (I,2) показывают, к какой из собственных частот электронных колебаний (I) близка частота внешнего ВЧ поля ω_0; $r_{Di}^2 = v_{Ti}^2/\omega_{Li}^2$ – дебаевский радиус ионов;

$$f = \frac{\omega_0^2(\omega_0^2 + \Omega^2)}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2}; \qquad \varkappa^{(1,2)} = \frac{\omega_0^2 - \left[\omega_{re}^{(2,1)}\right]^2}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

Параметр ν описывает затухание волн благодаря столкновениям и черенковскому эффекту. Имея в виду конкретную зависимость $\omega_{re}^{(1,2)}(x)$ от x, можно записать выражение (3) в виде

$$Q(x) = R_\perp^2 \frac{(x_+ - x)(x - x_-)}{x^2 + \dfrac{\nu^2\omega_{Le}^4 f^2}{\left[A^{(1,2)}\varkappa^{(1,2)}\right]^2\omega_0^2} H^2}, \qquad (4)$$

где

$$\frac{x_\pm}{H} = \frac{r_E^2 f}{4r_{Di}^2}\frac{\omega_0^2}{A^{(1,2)}\varkappa^{(1,2)}} \pm \left\{\left[\frac{r_E^2 f}{4r_{Di}^2}\frac{\omega_0^2}{A^{(1,2)}\varkappa^{(1,2)}}\right]^2 - \frac{\nu^2\omega_{Le}^4 f^2}{(A^{(1,2)}\varkappa^{(1,2)})^2\omega_0^2}\right\}^{1/2} \qquad (5)$$

являются квазиклассическими точками поворота для уравнения (2) и

$$A^{(1,2)} = \begin{cases} \omega_{Le}^2(x=0) \ \text{при} \ \omega_0 \approx \omega_{re}^{(1)}; \quad \omega_0^2 \simeq \omega_{Le}^2(0) + \Omega^2, \\ \dfrac{\omega_0^2\Omega^2}{\omega_{Le}^2(x=0) + \Omega^2} \ \text{при} \ \omega_0 \approx \omega_{re}^{(2)}; \quad \omega_0^2 \approx \dfrac{\omega_{Le}^2(0)\Omega^2\cos^2\theta}{\omega_{Le}^2(0) + \Omega^2}. \end{cases}$$

Функция (4) имеет форму, аналогичную ядру (10) работы /2/, полученному при отсутствии внешнего магнитного поля. Поскольку уравнение (2) с ядром (4) является достаточно сложным, его надо решать в предельных случаях слабой и сильной неоднородности. Следуя /2/, в случае слабой неоднородности, когда корни (5) близки друг к другу, т.е. $x_+ + x_- \approx 2\sqrt{x_+x_-}$, получаем для граничной напряженности внешнего поля $E_{0,\text{гр}}$

$$\frac{E_{0,\text{гр}}^2}{4\pi n_i T_i} = 4\frac{\nu\omega_0}{\omega_{Le}^2} + \frac{2n+1}{R_\perp H}\frac{2\sqrt{2}A^{(1,2)}\varkappa^{(1,2)}\omega_0^2}{f\omega_{Le}^4}, \qquad (6)$$

а в случае сильной неоднородности, когда можно перейти к пределу

$$\nu \to 0 \quad \left(x_- = 0;\ x_+ = \frac{r_E^2 f}{2r_{Di}^2}\frac{\omega_0^2}{A^{(1,2)}\varkappa^{(1,2)}}\right),$$

$$\frac{E_{0,\text{гр}}^2}{4\pi n_i T_i} = \frac{2(2n+1)}{R_\perp H}\frac{A^{(1,2)}\varkappa^{(1,2)}\omega_0^2}{f\omega_{Le}^4}, \qquad (7)$$

где n – целое положительное число.

Пороговые значения напряженности внешнего ВЧ поля могут быть найдены и в квазиклассическом приближении из условия

$$\int_{x_-}^{x_+} dx\sqrt{Q(x)} = \pi(n + \tfrac{1}{2}) . \qquad (8)$$

В этом случае получаем следующую формулу для граничного поля

$$\frac{E_{0,\text{гр}}^2}{4\pi n_i T_i} = 4\,\frac{\nu\omega_0}{\omega_{Le}^2} + \frac{2n+1}{R_\perp H}\,\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{1+q^2M(q)}}\,\frac{A^{(1,2)}\varkappa^{(1,2)}\omega_0^2}{f\omega_{Le}^4}, \qquad (9)$$

где $q = (\sqrt{x_+} - \sqrt{x_-})/(\sqrt{x_+} + \sqrt{x_-})$, $M(q)$ - функция, которая слабо зависит от q и для всех значений q близка к единице /2/. Сравнение (9) с формулами (6) и (7) показывает, что пороговое значение ВЧ поля, полученное в квазиклассическом приближении, применимо как в случае слабой неоднородности, так и в случае сильной неоднородности, для всех мод включая и основную ($n = 0$), для которой $E_{0,\text{гр}}$ оказывается наименьшим. С уменьшением длины волны возмущений $E_{0,\text{гр}}$ уменьшается. Допустимая минимальная длина волны, соответствующая пороговому значению, определяется из условия малости вклада черенковского эффекта на электронах в затухание столкновениями. Это приводит к условию /4,3/ $\lambda_{st}k_\perp < 1$, где

$$\lambda_{st} \simeq \begin{cases} r_{De}|\cos\theta|\left[2\ln(\omega_{Le}/\nu_{ei})\right]^{1/2}, & \omega_0 \approx \omega_{re}^{(1)}, \\ \rho_e\left[2\ln(\omega_0/\nu_{ei})\right]^{1/2}, & \omega_0 \approx \omega_{re}^{(2)}, \end{cases}$$

$\rho_e = v_{Te}/\Omega_e$ - ларморовский радиус электронов, а ν_{ei} - частота электрон-ионных столкновений.

Из формулы (9) видно, что наличие постоянного магнитного поля позволяет значительно уменьшить пороговое значение внешнего ВЧ поля для возникновения апериодической неустойчивости при уменьшении частоты ω_0 ($\omega_0 \simeq \omega_{re}^{(2)}$). Соответствующий результат для однородной плазмы был получен в работе /5/. Отметим, что второе слагаемое правой части соотношения (9), связанное с неоднородностью плазмы, с уменьшением ω_0 убывает как ω_0^2, в то время как первое слагаемое линейно зависит от частоты ω_0.

Поступила в редакцию
12 ноября 1973 г.

Литература

1. В. П. Силин. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. Изд-во "Наука", 1973 г.
2. И. С. Байков, В. П. Силин. Препринт ФИАН № 104, 1972 г. ЖТФ, в печати (1973).
3. Н. Е. Андреев, А. Ю. Кирий. ЖТФ, **41**, 1080 (1971).
4. Н. Е. Андреев. Радиофизика, **14**, 1160 (1971).
5. Н. Е. Андреев, А. Ю. Кирий. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 1, 8 (1970).