

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ЗВУК В ПЛАЗМЕ

Н. Е. Андреев, В. В. Пустовалов.В. П. Сидин, В. Т. Тихончук

УДК 533.951

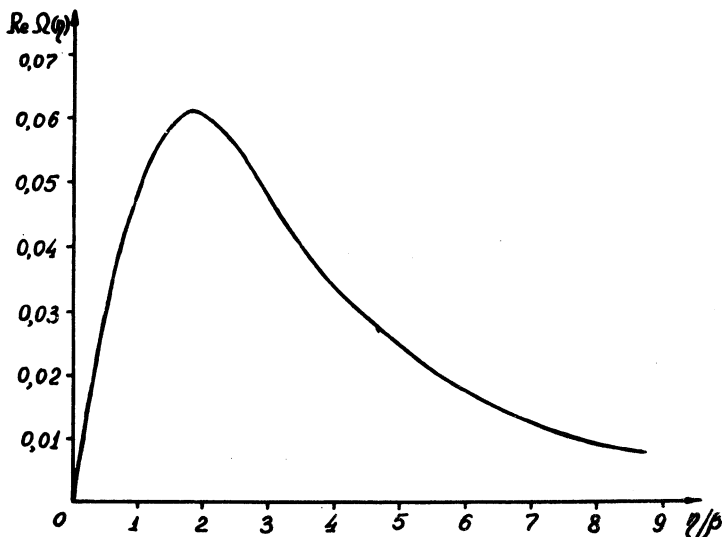
Показано, что в турбулентном газе плазменных волн благодаря их индуцированному рассеянию на ионах существуют слабозатухающие низкочастотные волны - турбулентный звук (второй плазмон). Изучен спектр турбулентного звука и выявлена его роль в установлении параметрической турбулентности плазмы.

Взаимодействие коллективных возмущений газа (плазмы, жидкости, твердого тела) приводит иногда к возникновению волн в газе самих возмущений. Общеизвестным примером таких волн может служить второй звук в жидком гелии.

В данной заметке кратко изложена теория турбулентного звука - "второго плазмона" - волны, возникающей в газе турбулентных плазмонов, возбужденных параметрической неустойчивостью типа распада на два потенциальных высокочастотных электронных колебания интенсивной электромагнитной волны накачки в однородной изотропной плазме. Найден спектр, т.е. зависимость $Q(\eta)$ частоты Q от волнового числа η (см. рис. 1) и декремент затухания турбулентного звука.

Суть эффекта состоит в следующем. В результате развития параметрической неустойчивости электронных колебаний их спектральная плотность энергии $w(\mathbf{K}, t)$ со временем вырастает настолько, что становится существенным их нелинейное взаимодействие - вынужденное рассеяние плазмонов на ионах. Это взаимодействие стабилизирует неустойчивость при довольно высоком (турбулентном) уровне энергии плазмонов так, что в процессе насыщения их спектральная плотность $w(\mathbf{K}, t)$ осциллирует как во времени t , так и в пространстве волновых чисел \mathbf{K} . Частота осцилляций $w(\mathbf{K}, t)$ во времени гораздо меньше частоты плазмонов и представляет собой частоту Q "вто-

рых плазмонов" (турбулентного звука). Обратная величина характерного масштаба периодического изменения $w(\vec{k}, t)$ в пространстве волновых чисел дает волновое число η "вторых плазмонов". Важно, что



Р и с. 1. Зависимость частоты $Re\Omega(\eta)$ турбулентного звука - "второго плазмона" - как функции его волнового числа η (закон дисперсии) при надпороговости $a = 0,316$, параметре $\beta = 20$ вблизи правой границы области раскачки ($x \approx a$)

характерное время затухания осцилляций $w(\vec{k}, t)$ много больше их периода, так что турбулентный звук "живет долго", являясь слабо-затухающим периодическим колебанием.

Турбулентный звук имеет линейный (звуковой) закон дисперсии $\Omega(\eta) \propto \eta$ при малых значениях волнового числа $\eta \ll 1,8\beta$. В области коротких волн спектр не является звуковым (см. ниже формулу для $\Omega(\eta)$, а также рис.1). В окрестности $\eta \approx 1,8\beta$ максимума Ω частота турбулентного звука соответствует спектру плазмона с меняющей знак групповой скоростью $\Omega(\eta) \approx \Omega_0 [1 - 0,24(\eta/\beta - 1,8)^2]$. При больших волновых числах $\eta \gg 1,8\beta$ частота падает по закону $\Omega(\eta) \propto \eta^{-2}$.

Такова качественная картина возникновения устойчивого "второго плазмона". Ниже она описывается более детально на языке уравнений теории слаботурбулентной плазмы.

Для параметрической неустойчивости типа распада мощной электромагнитной волны накачки с частотой ω_0 и волновым вектором \vec{k}_0 на два электронных колебания (плазмона) показано /1/, что в случае азимутальной симметрии раскачки вокруг \vec{k}_0 спектральная плотность энергии плазмонов с волновым вектором \vec{k} может быть представлена в виде соотношения

$$W(\vec{k}, t) \sim \delta(k - k_m) y(x, \tau)$$

благодаря резкой зависимости инкремента от волнового числа k при небольшом превышении электрическим полем накачки E_0 порогового значения $E_{\text{пор}}$. При этом распределение плотности энергии плазменных шумов по углам $y(x, \tau)$ определяется уравнением /1/

$$\frac{\partial y(x, \tau)}{\partial \tau} - \frac{1}{y(x, \tau)} = y(x, \tau) \left\{ a^2 - x^2 - \frac{8\beta^3}{4\sqrt{\pi}} \int_{x_1}^{x_2} dx' y(x', \tau) q(x' - x) \right\}. \quad (1)$$

Здесь $k_m = (2\Delta/3\tau_{De}^2)^{1/2}$ - экстремальное для развития неустойчивости волновое число, определяемое расстройкой $\Delta = (\omega_0 - 2\omega_{Le}) \times (\omega_0 - 2\omega_{Le})^{-1}$ частоты волны накачки относительно удвоенной электронной ленгмювской $2\omega_{Le}$ и дебаевским радиусом электронов τ_{De} ; переменная $x = \theta - \theta_m$ дает отклонение направления распространения $\cos\theta \approx \pm \vec{k}\vec{k}_0/kk_0$ коротковолновых плазмонов ($k \gg k_0$) от экстремальных направлений $\theta_m = \pi/4, 3\pi/4$, а $\tau = 4\tilde{\gamma}t$ - безразмерное время в единицах времени затухания плазмонов с декрементом $\tilde{\gamma}$. Надпороговость $a^2 = 1/2(1 - E_{\text{пор}}/E_0)$ мала в сравнении с единицей, ядро q нелинейного взаимодействия имеет вид

$$q(x) = x \int_0^{\pi/2} d\varphi \cos^4 \varphi \left(\sin^2 \varphi + \frac{x^2}{2} \cos^2 \varphi \right)^{-1/2} \times \\ \times \exp \left[-\frac{1}{4} \beta^2 x^2 \left(\sin^2 \varphi + \frac{x^2}{2} \cos^2 \varphi \right)^{-1} \right], \quad (2)$$

и в используемом здесь приближении дифференциальной перекачки энергии плазмонов по углам x характеризуется масштабом изменения β^{-1} , меньшим размера области параметрической раскачки a ($a^2\beta^2 \gg 1$). Постоянная нелинейного взаимодействия ε и параметр β определяются равенствами

$$\varepsilon = (384\beta^2 n_e r_{De}^3)^{-1} (\gamma_{D1}/\gamma_{De} + \gamma_{De}/\gamma_{D1})^{-2} (2\Delta/3)^{1/2},$$

$$\beta = (3/2)^{3/2} (\sqrt{v_{Te}^2/cv_{T1}}),$$

в которых n_e - плотность электронов, $v_{Te} = \gamma_{De} \omega_{Le}$ - их тепловая скорость, c - скорость света в вакууме, а γ_{D1} и v_{T1} - дебаевский радиус и тепловая скорость ионов.

Стационарные решения (I) изучены достаточно подробно /I/. Для определения характера выхода шума на стационарное состояние

$$y(x, \infty) = \begin{cases} \frac{a^3}{8} \left(\frac{2}{3} + \frac{x}{a} - \frac{x^3}{3a^3} \right), & -a < x < 2a; \\ (x^2 - a^2)^{-1/2}, & x < -a, x > 2a, \end{cases} \quad (3)$$

линеаризуем уравнение (I):

$$y(x, \tau) = y(x, \infty) + \delta y(x, \tau), \quad \delta y \ll y, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \delta y(x, \tau)}{\partial \tau} = -\frac{2\delta y(x, \tau)}{y^2(x, \infty)} - \frac{\varepsilon \beta^3}{4\sqrt{\pi}} y(x, \infty) \int_{x_1}^{x_2} dx' y(x', \tau) q(x' - x).$$

Учитывая экспоненциальную малость ядра $q(x)$ при $|x| > 1$, распространим пределы интегрирования в (4) на всю вещественную ось $x_1 \rightarrow -\infty$, $x_2 \rightarrow \infty$. Тогда решение уравнения (4) может быть найдено, если воспользоваться оправдываемым результатом (5) условием плавности изменения стационарного углового распределения $y(x, \infty)$ по сравнению с нестационарным $y(x, \tau)$. При этом с помощью преобразования Фурье получаем

$$\delta y(x, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\eta}{2\pi} \delta y(\eta, 0) \times \\ \times \exp \left[i\eta x - i\varepsilon \beta \tau y(x, \infty) I(\eta/\beta\sqrt{2}) - 2\tau y^{-2}(x, \infty) \right]. \quad (5)$$

С точки зрения линейной теории собственных колебаний газа плазмонное решение (5) представляет собой суперпозицию плоских волн - турбулентного звука (второго плазмона" ср. /2/) - с начальной амплитудой $\delta y(\eta, 0)$, являющейся фурье-компонентой поправки $\delta y(x, 0)$ в начальный момент времени $\tau = 0$, волновым числом η и законом дисперсии (см. рис. I)

$$\Omega(\eta) = \varepsilon \beta y(x, \infty) I(\eta/\beta\sqrt{2}) - 2iy^{-2}(x, \infty),$$

$$I(z) = z \int_0^{\pi/2} d\varphi \cos^4 \varphi \sin^2 \varphi \exp(-z^2 \sin^2 \varphi).$$

Из рис. I видно, что звуковой характер спектра $\Omega \sim \eta$ сохраняется вплоть до $\eta = \beta$. Турбулентный звук с большими волновыми числами обладает отрицательной групповой скоростью $\partial\Omega/\partial\eta < 0$, ($\eta > 1,8\beta$). Затухание турбулентного звука $\text{Im}\Omega(\eta) < 0$ соответствует устойчивости стационарного распределения $y(x, \infty)$, к которому, осциллируя во времени, релаксирует $y(x, \tau)$. Эти свойства турбулентного звука проявляются при вычислении интеграла (5) на больших временах $a^2\tau \gg 1$ в том, что основной вклад в интеграл вносят лишь две точки стационарной фазы $\eta_1 = -\eta_2 = 1,8\beta$ (волны с максимальной частотой):

$$y(x, \tau) = y(x, \infty) + \delta y(\eta_1, 0) (0,18\tau y(x, \infty)/\beta)^{-1/2} \times$$

$$\times \exp[-2\tau y^{-2}(x, \infty)] \cos[0,07\varepsilon\beta\tau y(x, \infty) - 1,8\beta x - \pi/4]. \quad (6)$$

Формула (6) значительно уточняет высказанные выше «водные замечания». Именно, в связи с тем, что стационарное спектральное распределение (3) неоднородно (зависит от x), характерный масштаб модуляции по x спектрального распределения $y(x, \tau)$ в заданный момент времени τ

$$\Delta x(\tau) \approx 86(a^2\beta\tau)^{-1}$$

определяется не только значениями $\eta_{1,2}$ волнового числа, сколько зависимостью частоты Ω турбулентного звука от угла x . Величина Δx уменьшается обратно пропорционально τ , так что с течением времени τ происходит дробление углового масштаба турбулентности (ср. с турбулентностью жидкости, где дробится длина волны пульсаций). Одновременно с измельчением масштаба по x умень-

шается глубина модуляции так, что в стационарном состоянии спектральное распределение шума по углам α (3) оказывается гладкой кривой с шириной максимума порядка a - размера области раскладки.

Время выхода как спектрального распределения (6), так и полного проинтегрированного по углам шума (см. /3/) определяется декрементом затухания турбулентного звука

$$t_{\infty} \approx 10^5 \tilde{\gamma}^{-1} (n_0 r_{De}^3)^2 \left(\frac{v_{Te}^2}{c v_{T1}} \right)^4 \left(\frac{r_{De}}{r_{D1}} + \frac{r_{D1}}{r_{De}} \right)^4 \left(\frac{\omega_0 - 2\omega_{Le}}{2\omega_{Le}} \right)^{-1} \left(1 - \frac{E_{пор}}{E_0} \right)^3,$$

а характерная частота модуляции шума уменьшается с ростом ионной температуры и резко зависит от расстройки Δ (ν_{e1} - частота электрон-ионных столкновений):

$$\Omega_0 = 0,13 \left(\frac{v_{Te}^2}{c v_{T1}} \right) \times \left(1 - \frac{E_{пор}}{E_0} \right)^{3/2} \left[\nu_{e1} + \frac{3\sqrt{3}\pi}{4} \omega_{Le} \Delta^{-3/2} \exp \left(-\frac{3}{2} - \frac{3}{4\Delta} \right) \right]. \quad (7)$$

В плотной лазерной плазме, нагреваемой излучением мощного неодимового лазера, при $\Delta < 0,1$ частота Ω_0 пропорциональна ν_{e1} и составляет $\Omega_0 \approx 10^{10} + 10^{11}$ сек⁻¹. В экспериментах /4-5/ по взаимодействию СВЧ волн с более разреженной плазмой, когда в формуле (6) оказывается главным второе слагаемое в квадратных скобках, частота модуляции шума резко зависит от расстройки Δ . В частности, в цезиевой плазме с плотностью $n_0 \approx 2,5 \cdot 10^{10}$ см⁻³, температурой электронов $t_e \approx 5$ эв и ионов $t_1 \approx 0,5$ эв, подвергавшейся воздействию мощного СВЧ излучения с относительной расстройкой частоты $\Delta \approx 0,1$ (длиной волны $\lambda \approx 10$ см) и напряженностью электрического поля $E_0 \approx 4$ кв/см, превышающей пороговое значение $E_{пор}$ на 30%, частота модуляции $\Omega_0 \approx 6 \cdot 10^6$ сек⁻¹, что в 20 раз превышает частоту электрон-ионных столкновений $\nu_{e1} \approx 3 \cdot 10^5$ сек⁻¹, но меньше декремента затухания $\tilde{\gamma} \approx 4 \cdot 10^7$ сек⁻¹, обусловленного обратным эффектом Черенкова.

В заключение отметим, что качественная картина существования турбулентного звука в процессе релаксации неустойчивости характерна для используемого механизма насыщения (индуцированного рассеяния колебаний плазмы на ионах) и не зависит от типа инициирующей турбулентность колебательной неустойчивости. Например,

турбулентный звук может возникать не только при развитии параметрических неустойчивостей, но и в плазме с током и пучком быстрых частиц. Количественная зависимость частоты и затухания турбулентного звука от параметров плазмы (см. формулы для $\Omega(\eta)$, Ω_0 , ϵ , α , β) различна для разных неустойчивостей. Подчеркнем в связи с этим, что именно механизмом насыщения и стационарным турбулентным состоянием (3) изученный нами турбулентный звук ("второй плазмон") существенно отличается от рассматривавшихся ранее в теории плазмы явлений такого рода /6/.

Поступила в редакцию
8 декабря 1973 г.

Л и т е р а т у р а

1. В. В. Пустовалов, В. П. Селин, В. Т. Тихончук. *ЖЭТФ*, 65, 1880 (1973).
2. Я. Б. Зельдович, Р. А. Спняев. *ЖЭТФ*, 62, 153 (1972).
3. Н. Е. Андреев, В. В. Пустовалов, В. П. Селин, В. Т. Тихончук. *Письма в ЖЭТФ*, 18, 624 (1973).
4. G. M. Batanov, I. R. Gekker, K. A. Sarkisian, K. F. Sergeichev, V. A. Silin. *II European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics. Symposium on Beam-Plasma Interactions*, 103, Utrecht (1969).
5. H. Dreicer, R. F. Ellis, J. C. Ingraham. *Phys. Rev. Letts.*, 31, 426 (1973).
6. А. А. Веденов, Л. И. Рудяков. *ДАН СССР*, 159, № 4, 767 (1964).