Краткие сообщения по физике № 8 1974

СВЯЗЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И МАГНИТНОЙ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЧАСТИЦЫ С ВИРТУАЛЬНЫМ КОМПТОНОВСКИМ РАССЕЯНИЕМ

С. А. Старцев

УДК 539.I2

Электрическая и магнитная поляризуемости частицы со спином I/2 выражаются через инвариантные амплитуды виртуального комптоновского рассеяния вперед.

Рассмотрим рассеяние частицы со спином I/2 во внешнем статическом электромагнитном поле во втором порядке теории возмущений по $\alpha = 1/137$ (рис. Iа). Часть амплитуды рассеяния, соответствующая диаграмме на рис. Iб (будем называть ее борновской) получается итерацией взаимодействия $\langle p' | j_\mu A^\mu | p \rangle$, линейного по A^μ. Здесь

$$\langle p' | j_\mu | p \rangle =$$

$$= \bar{u}(p') \left\{ \gamma_\mu f_1((p' - p)^2) - \frac{\mu}{4M} \left[\gamma_\mu , (\hat{p}' - \hat{p}) \right] f_2((p' - p)^2) \right\} u(p)$$

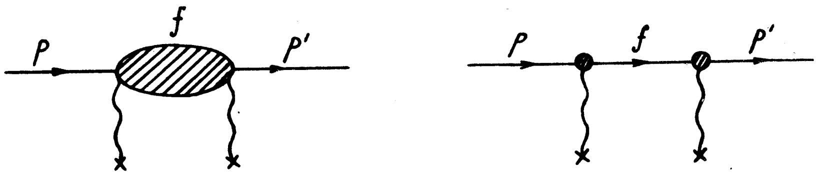
вершинная функция со свободными концами, f_1 и f_2 – обычные формфакторы Дирака и Паули. Это взаимодействие не дает вклада в поляризуемость частицы. Покажем, что оставшаяся часть амплитуды в адиабатическом приближении представима в виде борновского члена от поляризационных потенциалов $-\bar{\alpha}\vec{E}^2/2$ и $-\bar{\beta}\vec{H}^2/2$, где $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$ – электрическая и магнитная поляризуемости частицы. Матричный элемент, соответствующий разности вкладов диаграмм на рис. Iа и рис. Iб, имеет вид:

$$M_2 = \frac{\alpha}{2} \int \frac{d^3 f}{(2\pi)^3} \left\{ \bar{u}(\vec{p}') T^{NB}_{\mu\nu}(\vec{p}', \vec{p}, \vec{f}) u(p) \right\} A^\mu(\vec{p}' - \vec{f}) A^\nu(\vec{f} - \vec{p}), \quad (I)$$

где $\vec{p}$, $\vec{p}'$ – импульсы начальной и конечной частицы, $\vec{f}$ – импульс промежуточного состояния, $u(\vec{p})$, $u(\vec{p}')$ – четырехспиноры начального и конечного состояний частицы, $\bar{u}u = 2M$, $A^\mu(\vec{k})$ – статическое электромагнитное поле, $T^{NB}_{\mu\nu}$ – неборновская часть виртуального комптоновского рассеяния (в.к.р.).

Для простоты будем рассматривать рассеяние вперед $\vec p = \vec p\,'$. Тогда $\vec f - \vec p = \vec f - \vec p\,' = \vec k$, и матричный элемент можно представить в виде:

$$M_2 = \frac{\alpha}{2}\,\bar u(\vec p)\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\,T^{NB}_{\mu\nu}(\vec p,\vec k)A^{\mu}(-\vec k)A^{\nu}(\vec k)u(\vec p). \qquad (2)$$



a б

Р и с. I. Диаграммы, описывающие рассеяние во внешнем поле во втором порядке по $\alpha = 1/137$

При малых $\vec p$ зависящая от спина часть амплитуды $T^{NB}_{\mu\nu}$ будет давать вклад следующего порядка малости по отношению к независящей от спина части. Поэтому $T^{NB}_{\mu\nu}$ можно записать в виде:

$$T^{NB}_{\mu\nu}(\vec p,\vec k) = -\left(g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{\vec k^2}\right)T_1^{NB}\left(-\vec k^2,\, -\frac{(\vec p\vec k)}{M}\right) +$$

$$+\frac{1}{M^2}\left(p_\mu - \frac{(\vec p\vec k)k_\mu}{\vec k^2}\right)\left(p_\nu - \frac{(\vec p\vec k)k_\nu}{\vec k^2}\right)T_2^{NB}\left(-\vec k^2,\, -\frac{(\vec p\vec k)}{M}\right), \qquad (3)$$

где $T_i^{NB}(k^2,\nu)$ – неборновские части спиннезависящих инвариантных амплитуд в. к. р. вперед.

В пределе когда поле $A^{\mu}(\vec r)$ – плавная функция, т.е. $A^{\mu}(\vec k)$ близко к $\delta(\vec k)$, и $p \to 0$ (а это и есть условие адиабатичности), T_1^{NB} можно разложить в ряд по $\vec k^2$

$$T_1^{NB}(-\vec k^2, 0) = \vec k^2\,\frac{\partial T_1^{NB}(-\vec k^2, 0)}{\partial \vec k^2}\bigg|_{\vec k^2=0} + \dots . \qquad (4)$$

Нулевой член в (4) отсутствует, так как вычитание в случае реального комптоновского рассеяния целиком содержится в борновском члене.

Подставляя (4) в (3), а затем в (2), а также производя обратное преобразование Фурье потенциалов $A^{\mu}(\vec{k})$, получим

$$M_2 = \alpha M \int d^3r \left\{ \left[\frac{\partial T_2^{NB}}{\partial \vec{k}^2}(0,0) - \frac{\partial T_1^{NB}}{\partial \vec{k}^2}(0,0) \right] \vec{E}^2 + \frac{\partial T_1^{NB}}{\partial \vec{k}^2}(0,0) \vec{H}^2 \right\}. \quad (5)$$

Здесь $\vec{E} = -\partial A^0/\partial \vec{r}$, $\vec{H} = [\vec{\nabla} \vec{A}]$.

Сравнивая (5) с первым борновским приближением амплитуды рассеяния на потенциалах $-\bar{\alpha}\vec{E}^2/2$ и $-\bar{\beta}\vec{H}^2/2$ вперед, получим для $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$

$$\bar{\alpha} = \alpha \left[\frac{\partial T_2^{NB}}{\partial \vec{k}^2}(0,0) - \frac{\partial T_1^{NB}}{\partial \vec{k}^2}(0,0) \right], \quad (6а)$$

$$\bar{\beta} = \alpha \frac{\partial T_1^{NB}}{\partial \vec{k}^2}(0,0). \quad (6б)$$

Если воспользоваться дисперсионным соотношением по ν для $T_2^{NB}(k^2,\nu)$ /I/, то независимо от модели сумма

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = \alpha \frac{\partial T_2^{NB}}{\partial \vec{k}^2}(0,0) = \frac{\partial}{\partial \vec{k}^2} \int\limits_{\nu_t(-\vec{k}^2)}^{\infty} \frac{d\nu'^2}{\nu'^2} W_2(-\vec{k}^2,\nu') \Big|_{\vec{k}^2=0} =$$

$$= \frac{1}{2\pi^2} \int\limits_{\nu_t(0)}^{\infty} \frac{d\nu'}{\nu'^2} \sigma_t(\nu'), \quad (7)$$

где $\sigma_t(\nu')$ – полное сечение фотопоглощения на данной частице, $\nu_t(-\vec{k}^2) = (2Mm_\pi + m^2 + \vec{k}^2)/2M$ – порог реакции электророждения.

В предположении, что полная продольная амплитуда в.к.р. $T_L(k^2,\nu) = -\left(T_1(k^2,\nu) + \frac{\nu^2 - k^2}{k^2} T_2(k^2,\nu) \right)$ удовлетворяет дисперсионному соотношению без вычитания, $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$ могут быть выражены через сечения виртуального фотопоглощения:

$$\bar{\alpha} = \frac{\mu^2 \alpha}{4M^3} + \frac{1}{2\pi^2} \int_{\nu_t(0)}^{\infty} d\nu' \, \frac{\partial \sigma_L}{\partial \bar{k}^2}\Big|_{\bar{k}^2=0}, \tag{8a}$$

$$\bar{\beta} = -\frac{\mu^2 \alpha}{4M^3} + \frac{1}{2\pi^2} \int_{\nu_t(0)}^{\infty} d\nu' \left(\frac{\sigma_t(\nu')}{\nu'^2} - \frac{\partial \sigma_L}{\partial \bar{k}^2}\Big|_{\bar{k}^2=0} \right). \tag{8б}$$

Здесь $\sigma_L(k^2, \nu')$ – сечение виртуального фотопоглощения продольного фотона.

Формулы, аналогичные (6а), (6б) были получены в работе /2/. Но в этой работе не проведено подробного вывода этих формул, а кроме того в определение поляризуемостей включены части, относящиеся к борновскому члену, что по нашему мнению неверно.

После окончания работы был получен препринт /3/, в котором формулы, аналогичные (8а) и (8б), приведены без подробного вывода для частицы с нулевым спином.

В заключение автор выражает благодарность В. А. Петрунькину за постоянное внимание к работе и полезные дискуссии.

Поступила в редакцию
29 марта 1974 г.

Литература

1. H. Harari. Phys. Rev. Lett., 17, 1303 (1966).
2. L. S. Brown, A. M. Harun-ar-Rashid. Phys. Lett., 42B, 111 (1972).
3. J. Bernabeu and C. Jarlskog. Preprint TH. 1976 - CERN, 1974.