*Краткие сообщения по физике № 8 1974*

# ОПТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ ДЛЯ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ

А. В. Степанов

УДК 539.125.523.5

Методом теории многократного рассеяния получено выражение для оптического потенциала, описывающего взаимодействие ультрахолодных нейтронов с веществом. Рассмотрено влияние неоднородности рассеивающей среды на затухание и закон дисперсии нейтронной когерентной волны в веществе.

Для описания взаимодействия ультрахолодных нейтронов (УХН) с веществом используют потенциал /I/

$$U_0 = U_R + iU_I. \tag{I}$$

Здесь

$$U_{\{R,I\}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \langle\rho\rangle \begin{Bmatrix} \mathrm{Re}\, b \\ \mathrm{Im}\, b \end{Bmatrix}, \tag{2}$$

где $b$ – длина когерентного рассеяния нейтронов на бесконечно тяжелом ядре, $m$ – масса нейтрона, $\langle\rho\rangle$ – число ядер в I см$^3$ рассеивающего вещества. Величину $\mathrm{Im}\, b$ определяют с помощью оптической теоремы

$$\mathrm{Im}\, b = -\frac{k}{4\pi} \left[\sigma_c + \sigma_i\right], \tag{3}$$

где $\vec{k}$ – волновой вектор падающего нейтрона, $\sigma_c$ – поперечное сечение поглощения, а $\sigma_i$ – поперечное сечение неупругого рассеяния, в результате которого нейтрон покидает рассматриваемую область энергий*).

Однако возможность применения оптической теоремы в данном случае нуждается в обосновании. Действительно, если поглощение УХН ядром в конденсированном веществе происходит так же, как и

---

*) Сумму $\sigma_c + \sigma_i$ будем называть поперечным сечением выведения или увода УХН (по аналогии с термином, принятым в физике реакторов).

в случае изолированного ядра, то при неупругом рассеянии нейтронов проявляется коллективное действие большого числа рассеивающих ядер: это влияние химической связи отдельного рассеивающего ядра и интерференционное неупругое рассеяние на разных ядрах системы. В то же время Imb отнесена к одному рассеивающему ядру.

Оптический потенциал, вообще говоря, оказывается нелокальным /2/, т.е. входит в уравнение Шредингера для когерентной нейтронной волны как ядро некоторого интегрального слагаемого. Потенциал $U_0$ (I) не содержит вклада нелокальности.

Точное выражение для оптического потенциала должно зависеть не только от средней плотности рассеивающих ядер $\langle \rho \rangle$, но и учитывать неоднородность среды. Действительно, если мы усредним уравнение для волновой функции $\Psi(\vec{r},\{\vec{R}_j\})$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(\vec{r},\{\vec{R}_j\})\right]\Psi(\vec{r},\{\vec{R}_j\}) = E\Psi(\vec{r},\{\vec{R}_j\}) \qquad (4)$$

по распределению $\{\vec{R}_j\}$ - координат рассеивающих ядер, то получим уравнение для когерентной волны $\langle\Psi\rangle$, содержащее интегральное слагаемое /3/

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \langle U(\vec{r})\rangle\right]\langle\Psi(\vec{r})\rangle + \int M(\vec{r}|\vec{r}')\langle\Psi(\vec{r}')\rangle\, d\vec{r}' = E\langle\Psi(\vec{r})\rangle, \qquad (5)$$

где E - энергия нейтрона. Ядро этого слагаемого $M(\vec{r}|\vec{r}')$ - так называемый массовый оператор, определяется величиной флуктуаций параметра $b\rho$ в среде. В первом неисчезающем приближении теории возмущений относительно $\Delta(b\rho) = b\rho - \langle b\rho\rangle$ он имеет вид

$$M(\vec{r}|\vec{r}') \approx M_1(\vec{r}|\vec{r}') = \left|\frac{2\pi\hbar^2}{m}\right|^2 K(\vec{r}|\vec{r}')G_0(\vec{r}|\vec{r}'). \qquad (6)$$

$$K(\vec{r}|\vec{r}') = \langle(b\rho(\vec{r}) - \langle b\rho\rangle)(b\rho(\vec{r}') - \langle b\rho\rangle)\rangle \qquad (7)$$

- корреляционная функция флуктуации величины $b\rho$. $G_0(\vec{r}|\vec{r}')$ - функция Грина уравнения Шредингера с усредненным потенциалом $\langle U\rangle = U_0$

$$G_0(\vec{r}|\vec{r}') = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\frac{e^{i\varkappa(\vec{r}-\vec{r}')}}{(\vec{r}-\vec{r}')}, \qquad (8)$$

$$\varkappa = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E - \langle U\rangle)} \qquad E > U_0$$

$$= \frac{i}{\hbar}\sqrt{2m(\langle U\rangle - E)} \qquad E < U_0.$$

В то же время потенциал (I) пропорционален средней плотности ядер и не учитывает неоднородность среды.

В настоящей работе рассмотрены эффекты, которые возникают при учете перечисленных выше поправок к выражению (I). Исходным пунктом расчета служит выражение оптического потенциала, полученное в теории многократного рассеяния на системе $N$ рассеивающих центров /2/

$$\langle \vec r|U_0|\vec r'\rangle =$$

$$= \sum_{\alpha=1}^{N} \langle \vec r, i|t_\alpha|i\vec r'\rangle + \sum_{\alpha\neq\beta=1}^{N} \langle \vec r i|t_\alpha \frac{1-\Lambda_i}{d} t_\beta|i\vec r'\rangle + \ldots \quad (9)$$

Здесь $|i\rangle$ – волновая функция рассеивающей системы: $t_\alpha$ – $t$ – оператор рассеяния $\alpha$ – м ядром в системе. $t_\alpha$ удовлетворяет уравнению

$$t_\alpha = V_\alpha + V_\alpha \frac{1-\Lambda_i}{d} t_\alpha. \qquad (10)$$

Были введены следующие обозначения:

$1-\Lambda_i$ – проекционный оператор, устраняющий из полного набора промежуточных состояний исходное состояние $|i\rangle$, $1/d$ – функция Грина уравнения Шредингера при выключенном взаимодействии между нейтроном и рассеивающей системой. $V_\alpha$ – потенциальная энергия взаимодействия нейтрона с ядром. В приближении псевдопотенциала Ферми

$$\langle \vec r|V_\alpha|\vec r'\rangle = \frac{2\pi\hbar^2}{m} b_\alpha \delta(\vec r - \vec r')\delta(\vec r - \vec R_\alpha), \qquad (11)$$

Стандартная процедура /4,5/ позволяет выразить мнимую часть потенциала (9) через полное сечение выведения с учетом интерференционных эффектов в неупругом рассеянии. Конкретный расчет был проведен для модели гармонического кристалла[ж)]. Учет интерференции нейтрон-

---

ж) Подробно расчет описан в работе автора /7/.

ных волн, рассеянных различными ядрами, как показано в раоото /6/, приводит к поправке к $\sigma_1^{1c}$ – поперечному сечению в некогерентном приближении, по порядку величины равной 0,1÷0,2 $\sigma_1^{1c}$.

Нами была получена оценка вклада нелокальности потенциала. В некогерентном приближении учет этого эффекта приводит к поправкам порядка $\hbar^2/2mk_Б T\lambda_Н^2$, где $\lambda_Н$ – длина волны нейтрона, T – температура рассеивающего вещества $T \ll \hbar\Omega_{max}/k_Б$ ($\Omega_{max}$ –граничная частота нормальных колебаний решетки кристалла). Нелокальность вклада интерференционного рассеяния определяется длиной свободного пробега фонона, которая при благоприятных условиях (низкие температуры, чистый образец и т.д.) может быть сравнима с $\lambda_Н$.

Оценка поправки к действительной части оптического потенциала приводит к результату

$$\frac{\Delta U}{U_0} \sim \frac{b}{a} \sim 10^{-4}, \qquad (12)$$

где a – среднее расстояние между рассеивающими ядрами.

Выше речь шла о влиянии фононной системы на собственноэнергетическую часть функции Грина нейтрона. Обмен фононом может приводить к очень слабому притяжению между нейтронами: $\frac{|U_{int}|}{E} \sim \frac{m}{M_Я}\left(\frac{U_0}{\hbar\Omega_{max}}\right)^2$, где $\Omega_{max}$ – граничная частота фононного спектра решетки (или другой ветви возбуждений кристалла). Радиус взаимодействия определяется пространственной нелокальностью потенциала.

Выше мы не учитывали неоднородности рассеивающей среды. Рассмотрение неоднородных сред с помощью соотношений (5)-(8) позволяет сделать следующие выводы:

1) Некогерентное рассеяние, обусловленное неоднородностью среды, дает вклад в мнимую часть оптического потенциала только при $E > U_0$, когда $\mathrm{Im}G_0 \neq 0$ (мы положили $\mathrm{Im}b = 0$). Если же $E < U_0$, то при $\mathrm{Im}b = 0$, поскольку $\mathrm{Im}G_0 = 0$, неоднородность среды не влияет на величину $\mathrm{Im}U$.

2) Если $\mathrm{Im}b \neq 0$, то в среде с достаточно большим пространственным масштабом неоднородности $l \gtrsim d$, где $d$ – длина экстинкции нейтронной волны, возможен своеобразный блок-эффект, обусловленный флуктуациями нейтронного поля[ж)]. Уменьшение мнимой части

---

ж) Этот эффект обсуждался в работах И. М. Франка /8/.

$U$ за счет этих флуктуаций оказывается больше при $E>U_0$, чем в области $E<U_0$. Это означает, что при экстраполяции значений $\mathrm{Im}\langle U\rangle$, полученных из экспериментальных данных по сечению выведения УХН при $E>U_0$ в область $E<U_0$, вообще говоря, мы можем получить несколько заниженные значения $\mathrm{Im}U$. Однако отсутствие существенных отклонений экспериментальных значений сечения выведения при $E\geq U_0$ от закона "$1/v$" означает, что условия, при которых этот блок-эффект заметен, по-видимому, не реализуются.

3) Крупномасштабные флуктуации плотности (точнее флуктуации $b\rho$) приводят к изменению закона дисперсии нейтронных волн в веществе

$$\frac{\hbar^2k^2}{2m} = E - U_0 - \mathrm{Re}\int M(\vec{r} - \vec{r}')e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')}d(\vec{r} - \vec{r}'). \qquad (13)$$

Если среда имеет периодическую структуру (например, представляет собой набор тонких пленок), то при решении уравнения (13) можно установить, что в спектре пропускания такой системы имеются запрещенные зоны энергии /9/.

4) Аналогичным образом можно учесть действие большого числа примесей в рассеивающем веществе, если известны рассеивающие и поглощающие свойства отдельной примеси ж). Так, если потенциал взаимодействия нейтрона с примесью малого размера записать в виде

$$V(\vec{r}|\vec{r}') = V_0\delta(\vec{r} - \vec{r}')\delta(\vec{r} - \vec{R}_1), \qquad (14)$$

где $\vec{R}_1$ - координата центра тяжести примеси, то соответствующий $t$ - оператор имеет вид

$$t(\vec{r}|\vec{r}') = \frac{V_0}{1 - V_0G_0(\vec{R}_1|\vec{R}_1)}\,\delta(\vec{r} - \vec{r}')\delta(\vec{r} - \vec{R}_1), \qquad (15)$$

причем $G_0(\vec{R}_1|\vec{R}_1) \equiv G_0(a)$, $a$ - радиус рассеивателя.

Заменяя $t_\alpha$ в формуле (9) на выражение (15), можно получить оптический потенциал для неоднородной среды, не прибегая к теории возмущений.

В заключение автор выражает благодарность М. В. Казарновскому за стимулирующие дискуссии.

---

ж) Аналогичную задачу рассматривал В. К. Игнатович /10/.

Институт ядерных исследований АН СССР

Поступила в редакцию
27 мая 1974 г.

## Литература


1. Ф. Л. Шапиро. Сообщения ОИЯИ Р3-7135, Дубна, 1973 г.
2. М. Гольдбергер, К. Ватсон, "Теория столкновений", изд. "Мир", М., 1967 г.
3. В. И. Татарский. " Распространение волн в турбулентной атмосфере" изд. "Наука", М., 1967 г. А. В. Степанов в кн. "Pulsed Neutron Research", Vol. I, 355 IAEA, Vienna (1965).
4. И. И. Гуревич, Л. В. Тарасов. "Физика нейтронов низких энергий", изд. "Наука", М., 1965 г.
5. В. Ф. Турчин. "Медленные нейтроны", Атомиздат, М., 1963 г.
6. G. Placzek, L Van Hove. Nuovo Cimento IL, 1, 233 (1955).
7. А. В. Степанов. Препринт ИЯИ /в печати/, 1974 г.
8. И. М. Франк. Сообщения ОИЯИ Р3-7809, Р3-7810, Дубна, 1974 г.
9. Л. Бриллюэн, М. Пароди. "Распространение волн в периодических структурах", ИИЛ, М., 1959 г. K. E. De Wames, S. K. Sinka. Phys. Rev., 7B, 917 (1973). Б. П. Шёнберн. Лекция на II Международной школе по нейтронной физике, Алушта, 1974 г. А. В. Антонов и др. Препринт ФИАН, № 43, 1974 г.
10. В. К. Игнатович. Сообщения ОИЯИ Р4-7832, 1974 г.