Краткие сообщения по физике № 9 1974

О ВЛИЯНИИ СИЛЫ ИНЕРЦИИ НА СКОРОСТЬ ДИФФУЗИИ В АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ

Д. М. Коврижных, А. С. Сахаров

УДК 533. 9

Показано, что когда в уравнении движения ионов инерционный член играет преобладающую роль, учет неинерционных членов при вычислении скорости диффузии оказывается в некоторых случаях весьма существенным. Показано также, что пренебрежение градиентами температур приводит к значительному занижению скорости диффузии.

В работах /I,2,3/ было показано, что в аксиально-симметричных ловушках учет инерции и вязкости в уравнении движения ионов может приводить к существенному отличию скорости диффузии частиц поперек магнитного поля от скорости v_{ps}, вычисленной Пфиршем и Шлюттером /4/ без учета вязкости и инерции. Так, в работе /2/ при $q = \theta^2 r_n^2/r_{Hi}^2 \ll 1$ (где $\theta = B_\varphi/B_z$ – отношение азимутального магнитного поля к аксиальному, $r_n = -n\Big/\frac{\partial n}{\partial r}$, r_{Hi} – ионный ларморовский радиус, n – плотность частиц в нулевом порядке по тороидальности), когда в уравнении движения ионов инерционный член играет определяющую роль, скорость диффузии значительно превышала v_{ps}. Однако, в работе /3/, в которой использовались более точные уравнения (I6-моментное приближение) и учитывались равновесная неоднородность и азимутальные вариации температур, было показано, что для аналогичного случая ($q \ll 1$) диффузия не только не превышает, а наоборот, меньше, чем v_{ps}. При выводе выражений для потоков частиц и энергий в этом случае решение найдено в нулевом порядке по q, то есть малый параметр q фактически полагается равным нулю (см. /3/, § 4). Тем не менее, как будет показано ниже, в некоторых случаях учет членов, пропорциональных q, может оказаться существенным.

Рассмотрим случай $\theta^2\omega_{He}/\nu_e \ll 1$ ($\beta_e/\varepsilon_e \ll 1$ в обозначениях работы /3/; при обратном условии поправки к решению, полученному в /3/, оказываются несущественными), где ω_{He} - электронная циклотронная частота, ν_e - эффективная частота электрон-ионных соударений, используемая в обычной гидродинамике (см., например, /5/). Используя методику и уравнения работы /3/, но сохраняя члены, пропорциональные q, получим следующее выражение для скорости диффузии v_D (для корня уравнения амбиполярности $V_E = -U_e - 1{,}71U_{Te}$, соответствующего устойчивому решению):

$$v_D = v_{D1} + qv_{ps}\left\{0{,}29A + \right.$$

$$\left. + 1{,}3\,\frac{U_{Ti} + 0{,}42\left[U_{pO} + \dfrac{q_1T^2}{qT_iT_e}(U_e + 1{,}71U_{Te})\right]}{U_{pO}}\,\frac{r_n^2}{r^2}\,\frac{\theta^2\omega_{He}}{\nu_e}\,\frac{\theta^2\omega_{Hi}}{\nu_i}\,A^2\right\}, \tag{I}$$

где

$$v_{D1} = -0{,}14\,\frac{U_{pO} + U_{Ti} - 0{,}71U_{Te}}{U_{pO}}\,\frac{\theta^2\omega_{He}}{\nu_e}\,\frac{U_i}{\nu_i r}\,\frac{r_n}{r}\,v_{ps}$$

есть скорость диффузии, полученная в /3/ при $q = 0$,

$$v_{ps} = -1{,}02\,\frac{\delta^2\nu_e}{\theta^2\omega_{He}}\,U_{pO},\quad \delta = \frac{r}{R} \ll 1,$$

ω_{Hj} - ионная ($j = i$) или электронная ($j = e$) циклотронная частота, ν_i - эффективная частота ион-ионных соударений,

$$U_j = -\frac{cT_j}{e_jB_Or_n},\quad U_{Tj} = \frac{c}{e_jB_O}\,\frac{\partial T_j}{\partial r},\quad U_O = U_i - U_e,$$

$$U_{pO} = \frac{c}{eB_O}\,\frac{\partial}{\partial r}\,(nT_i + nT_e) = U_i + U_{Ti} - U_e - U_{Te},$$

v_O - скорость движения плазмы вдоль магнитных силовых линий, $V_E = (c/B_O)(\partial\Phi/\partial r)$ - скорость вращения плазмы в радиальном электрическом поле и продольном магнитном (B_O),

$$q_1 = \frac{T_e}{T}\,\frac{\theta r_n}{U_O}\,\frac{\partial v_O}{\partial r} \sim q,\quad T = T_i + T_e,$$

$$A = 0{,}28\,\frac{U_{p0}\nu_e r}{U_0\theta^2\omega_{He}r_n}\times$$

$$\times\left[\frac{U_{Te}}{U_e}\left(\frac{T_e}{T}\right)^2\frac{\theta^2\omega_{He}r_n}{\nu_e r}+\left(q\,\frac{T_i}{T}-q_1\right)\left(\frac{2}{3}\,\frac{\theta^2\omega_{He}r_n}{\nu_e r}+0{,}65\,\frac{\theta^2\omega_{Hi}r_n}{\nu_i r}\right)\right]^{-1} \tag{2}$$

В реальных условиях характерная длина изменения температур обычно порядка характерной длины изменения плотности $(U_{Tj}\sim U_j)$. Поэтому при $T_e \gtrsim T_i$ первый член в квадратных скобках знаменателя правой части (2) велик по сравнению с остальными членами, а в выражении (I) первое слагаемое в квадратных скобках в $(m_i/m_e)^{1/2}$ $(T_e/T_i)^{5/2}$ раз больше второго. Однако, мы сохранили эти обычно малые члены для того, чтобы в конце работы провести сравнение с результатами, полученными Стрингером /2/ в предположении $\partial T_j/\partial r = 0$.

При выполнении условия

$$\frac{\theta^4 v_{Te}^4}{r^4\nu_e^4}\ll\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{3/2}\left(\frac{T_e}{T_i}\right)^{5/2},\quad (T_e\gtrsim T_i;\ U_{Tj}\sim U_j) \tag{3}$$

поправки, пропорциональные q, много больше, чем v_{D1}, и скорость диффузии определяется вторым слагаемым в (I)

$$v_D = 0{,}08\,\frac{T_i T}{T_e^2}\,\frac{U_e}{U_{Te}}\left(\frac{\theta^2\omega_{He}r_n}{\nu_e r}\right)^{-2} q v_{ps}. \tag{4}$$

При обратном условии справедливы результаты, полученные в /3/.

Отметим, что члены, пропорциональные q, играют такую существенную роль потому, что при выводе выражения (I) члены порядка $(\theta^2\omega_{He}/\nu_e)^{-2}v_{ps}$, много большие, чем вычисленные нами поправки, взаимно компенсируются. При вычислении же потоков электронной и ионной энергий подобной компенсации не происходит, поэтому поправки по q оказываются малыми и потоки определяются выражениями, полученными в работе /3/.

В заключение, сравним скорость диффузии, определяемую выражением (4) (когда v_D может достигать наибольших значений), с результатами, полученными Стрингером в /2/ (для корня $v_E = -U_e$). Очень большие скорости диффузии, полученные в этой работе, связаны с пренебрежением градиентами температур и теплопроводностью. Действительно, если в выражениях (I) и (2) U_{Te}, U_{Ti} (и v_0) положить равными нулю, а также опустить слагаемое с коэффициентом 2/3 в знаменателе правой части (2), связанное с учетом электронной теплопроводности, то при $T_e = T_i$ получаем

$$v_D = 0{,}4 \frac{v_{ps}}{q\left(\frac{\theta^2\omega_{He}r_n}{\nu_e r}\right)\left(\frac{\theta^2\omega_{Hi}r_n}{\nu_i r}\right)}, \qquad (5)$$

что с точностью до постоянного множителя порядка единицы совпадает с результатами Стрингера (см. /2/, выражения (26), (29), (30), (32)).

Сравнивая (4) и (5), мы видим, что пренебрежение градиентами равновесных температер, а также эффектами электронной теплопроводности приводит к завышению скорости диффузии в $(1/q^2)(m_i/m_e)^{1/2}$ раз. Из выражений (I), (2) и (5) также следует, что даже в случае, когда градиенты температур в нулевом порядке по $\delta = r/R$ равны нулю (то есть $U_{Te} = U_{Ti} = 0$), пренебрежение электронной теплопроводностью (азимутальными вариациями электронной температуры) дает при $T_i = T_e$ завышение скорости диффузии в $(m_i/m_e)^{1/2}$ раз.

Поступила в редакцию
29 апреля 1974 г.

Литература

1. T. E. Stringer. Phys. Rev. Lett., 22, 770 (1969).
2. T. E. Stringer. Phys. Fluids, 13, 1586 (1970).
3. Л. М. Коврижных. Ядерный синтез (в печати).
4. D. Phirsch and A. Schlüter. Report of Max-Plank Inst. Munich, MPI/PA/7/62 (1962).
5. С. И. Брагинский. Вопросы теории плазмы. Вып. I, стр. 183, Госиздат, Москва, 1963 г.