Краткие сообщения по физике № 1 январь 1973

ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ВЕНЕЦИАНО С КОМПЛЕКСНЫМИ ПОЛЮСАМИ

В. А. Царев

В последнее время становится все более очевидной необходимость учета комплексных полюсов Редже вместо обычных реальных (или наряду с ними) для описания реакций при высоких энергиях. Унитарность в s-канале требует, чтобы в амплитуде, наряду с (реальными) полюсами Редже, присутствовали также Редже-разрезы. Последующий учет унитарности в t-канале приводит к модификации реальных полюсов, которые,"сталкиваясь" с разрезами, превращаются в комплексные. При этом в области $t<0$ амплитуда содержит, наряду в разрезом, пары комплексно-сопряженных полюсов, из которых обычно учитывается лишь пара, ближайшая к физической области. Рассмотрим для определенности (что не ограничивает общности рассуждений) случай особенности корневого типа с комплексно-сопряженными полюсами, лежащими при $t<0$ на физическом листе j-плоскости. При $t>0$ оба полюса становятся реальными, причем один из них уходит через разрез на второй лист. Выше порога полюс на физическом листе опять становится комплексным (с мнимой частью, пропорциональной ширине резонансов в t-канале). В определенной области энергий вклад разреза также может быть представлен в виде вклада от комплексной пары и мы, таким образом, приходим к эффективной модели, содержащей лишь комплексные полюса Редже ("модель КПР"). Модель КПР является почти столь же простой, как обычная модель реальных полюсов Редже /1/. В то же время она обладает рядом важных особенностей. Одной из наиболее существенных является эффективный учет в этой модели вклада разрезов. Представляется заманчивым использовать это свойство КПР для унитаризации амплитуды Венециано. Эта задача была рассмотрена нами в работе /2/, где на основе мероморфной амплитуды Венециано была построена функция, имеющая комплексные полюса, т.е. асимптотику, определяемую парой КПР, и резонансы конечной ширины.

В настоящей заметке построена обобщенная модель Венециано с комплексными полюсами, основанная на интегральном представлении для В-функции. При этом оказывается удобным использовать технику "нейтрализатора" /3/.

Определим функцию T_0 следующим образом:

$$T_0(-\alpha(s), -\alpha(t)) =$$

$$= \int_0^1 dz z^{-\alpha(s)-1+\Delta\alpha(s)f(z)} (1-z)^{-\alpha(t)-1+\Delta\alpha(t)f(1-z)}.$$

Траектория $\alpha_+(x)$ удовлетворяет дисперсионному соотношению

$$\alpha_+(x) = \alpha_0(x) + \Delta\alpha_+(x),$$

$$\alpha_0(x) = a + bx,$$

$$\Delta\alpha_+(x) = \frac{x}{\pi}\int_{-\infty}^{0} \frac{\operatorname{Im}\alpha(x')dx'}{x'(x'-x)} + \frac{x}{\pi}\int_{x_n}^{\infty} \frac{\operatorname{Im}\alpha(x')dx'}{x'(x'-x)}.$$

В "мире КПР",т.е. в модели, игнорирующей существование разрезов, но в то же время сохраняющей указанные выше свойства полюсов, для отражения свойств партнера α_+ необходимо ввести фиктивную траекторию α_-, удовлетворяющую следующим соотношениям:

$$\alpha_{\pm}(x) = a + bx + \frac{x}{\pi}\int_{x_n}^{\infty} \frac{\operatorname{Im}\alpha(x')dx'}{x'(x'-x-i\varepsilon)} + \frac{x}{\pi}\int_{-\infty}^{0} \frac{\operatorname{Im}\alpha(x')dx'}{x'(x'-x\mp i\varepsilon)}.$$

При $x>0$ $\alpha_-(x) = \alpha_+(x)$, что соответствует тому факту, что на физическом листе j-плоскости присутствует только одна траектория $\alpha(x) = \alpha_+(x)$. При $x<0$ на физическом листе имеем пару КПР: α_+ и $\alpha_- = \alpha_+^*$. Будем полагать, далее, что $\Delta\alpha(x)/x = 0$ при $|x|\to\infty$. Функция $f(z)$ – это нейтрализатор Ван Корпута /3/, обладающий следующими свойствами:

$$f(0) = 0,\ f(1) = 1,\ d^m f(z)/dz^m = 0 \text{ при } z = 0,1.$$

Теперь легко показать (подобно тому, как это делается для случая реальных полюсов Редже), что функция

$$T(s,t) = \frac{1}{2}\left\{T_0(-\alpha_+(s), -\alpha_+(t)) + T_0(-\alpha_-(s), -\alpha_-(t))\right\}$$

имеет простые полюса при $\alpha(s) = n$ с полиномиальными вычетами

$$\sim \frac{1}{2(n!)}\left\{\left[\alpha_+(t) - \Delta\alpha_+(t) + 1\right]\ldots\left[\alpha_+(t) - \Delta\alpha_+(t) + n\right] + \right.$$

$$\left. + \left[\alpha_-(t) - \Delta\alpha_-(t) + 1\right]\ldots\left[\alpha_-(t) - \Delta\alpha_-(t) + n\right]\right\} =$$

$$= \frac{1}{n!}\,(\alpha_0(t) + 1)\ldots(\alpha_0(t) + n)$$

и асимптотику, определяемую парой комплексно-сопряженных полюсов

$$T(s,t) \sim \Gamma\left[-\alpha_+(t)\right](-\alpha_0(s))^{\alpha_+(t)} + \Gamma\left[-\alpha_+^*(E)\right](-\alpha_0(s))^{\alpha_+^*(t)}$$

$$s \to \infty, \quad t < 0.$$

В качестве простого примера рассмотрим траектории

$$\alpha_+(x) = \alpha_c(x) + d\sqrt{x_0 - x} + c\sqrt{x},$$

$$\alpha_-(x) = \alpha_0(x) + d\sqrt{x_0 - x} + c(\sqrt{x})^*,$$

$$x \equiv s = 4(q^2 + \mu^2); \; x_0 = 4\mu^2.$$

Если мы пренебрежем $4\mu^2$ (и, следовательно, "расщеплением" корней), то получим для положения полюсов

$$q_{1,2} \approx \frac{1}{4b}\left\{\mp (c + id) \pm \left|r + \frac{icd}{r}\right|\right\}, \; r^2 = 4b(n - a) + c^2 - d^2.$$

Видно, что присутствие особенности при $x = 0$ приводит к модификации формулы Брейта-Вигнера (которой соответствуют полюса при $4bq_{1,2} = -id \pm r$).

Вместо введения фиктивной траектории, отражающей уход партнера α_+ при $t > 0$ с физического листа, можно "выключать" соответствующее слагаемое в амплитуде. Проиллюстрируем это на примере с мероморфными амплитудами Венециано. Нужными свойствами обладает амплитуда

$$T(s,t) = \theta(s)V[\alpha(s), \alpha(t)] + \theta(t)V[\alpha^*(s), \alpha(t)] +$$

$$+ \theta(s)V[\alpha(s), \alpha^*(t)] + \theta(t)V[\alpha^*(s), \alpha^*(t)].$$

Вместо разрывной θ-функции можно ввести гладкую функцию обрезания Хёлдера, равную единице при $x>0$ и нулю при $x<\xi\leqslant 0$.

Автор благодарен Б. Десаю и П. Каусу за полезные обсуждения.

Поступила в редакцию
17 октября 1972 г.

Литература

1. В. А. Царев. Доклад на семинаре "Бинарные реакции адронов при высоких энергиях", Дубна, 1971 г.
2. В. А. Царев. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 11, 33 (1971).
3. M. Suzuki. Phys. Rev. Letts., 23, 205 (1969).