

К ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ
В БЛОКЕ ЗАМЕДЛИТЕЛЯ С БОЛЬНОЙ ПОЛОСТЬЮ

К. Д. Илиева, М. В. Казарновский

Нестационарный перенос нейтронов в системе с большими полостями (размеры которых много больше длины диффузии в веществе) характеризуется рядом специфических особенностей, связанных с тем, что нейтронное распределение может заметно меняться за время, сравнимое с временем пролета нейтронов через полость.

В настоящей работе рассмотрена эволюция нейтронного распределения в случае нестационарной диффузии тепловых нейтронов в слое однородного замедлителя, расположенном между двумя концентрическими сферами, причем радиус внутренней сферы R много больше длины свободного пробега в замедлителе. Пусть в центре сферы расположен импульсный моноэнергетический (со скоростью v_s) источник нейтронов. Пусть $N^+(\mu, v, t)$ и $N^-(\mu, v, t)$ — потоки нейтронов со скоростью v (измеряемой в единицах $\sqrt{2k_B T/m}$, где k_B — константа Больцмана, T — температура замедлителя, m — масса нейтрона), вылетающих под углом $\theta = \arccos \mu$ в момент времени t , соответственно, из полости в замедлитель и обратно; $K(\mu, v, \mu', v', \tau)$ — поток нейтронов, вылетающих из замедлителя в полость со скоростью v под углом θ в момент времени τ , создаваемый нейтроном, вошедшим в начальный момент в замедлитель со скоростью v' под углом $\theta' = \arccos \mu'$. Тогда

$$N^-(\mu, v, t) = \int_0^\infty dv' \int_0^1 d\mu' \int_0^\infty d\tau K(\mu, v, \mu', v', \tau) N^+(\mu', v', t-\tau). \quad (I)$$

Кроме того, из геометрии задачи имеем

$$N^+(\mu, \nu, t) = N^-\left(\mu, \nu, t - \frac{2R\mu}{\nu}\right) + \delta(\mu - 1)\delta(\nu - \nu_s)\delta\left(t - \frac{R}{\nu_s}\right)\nu_s \quad (2)$$

(второй член в правой части - поток нейтронов, создаваемый источником). Подставляя (2) в (1), получим

$$N^-(\mu, \nu, t) = \int_0^\infty d\nu' \int_0^1 d\mu' \int_0^\infty d\tau K(\mu, \nu, \mu', \nu', \tau) \times \\ \times N^-\left(\mu', \nu', t - \tau - \frac{2R\mu'}{\nu'}\right) + \nu_s K\left(\mu, \nu, 1, \nu_s, t - \frac{R}{\nu_s}\right). \quad (3)$$

Основные свойства этого уравнения можно выяснить в рамках следующей модели: 1) Среднее время блуждания нейтрона $\bar{\tau}$ в замедлителе много меньше времени его пролета в полости T_D . Из этого предположения следует, что зависимость функции $K(\mu, \nu, \mu', \nu', \tau)$ от τ можно аппроксимировать дельта-функцией. 2) Угловое распределение нейтронов, выходящих из замедлителя в полость, изотропно, т.е. K пропорциональна μ . 3) Спектр нейтронов, выходящих из замедлителя в полость, не зависит от спектра нейтронов, падающих на границу замедлителя, что позволяет зависимость K от ν и ν' представить в виде отдельных множителей. Кроме того, можно показать, что зависимость K от μ' и ν' слаба, и в первом приближении ее можно пренебречь. Таким образом, согласно нашей модели

$$K(\mu, \nu, \mu', \nu', \tau) = 2k_0\mu k(\nu)\delta(\tau), \quad (4)$$

где $k(\nu)$ - нормированный на единицу спектр выходящих нейтронов, а k_0 - среднее альbedo.

Подставляя (4) в (3), с помощью преобразования Лапласа по t , для потока нейтронов получим

$$N^-(\mu, \nu, t) = 2k_0\mu k(\nu) \frac{\nu_s}{2\pi i} \int_{\sigma-1\infty}^{\sigma+1\infty} \frac{\exp[\lambda(t - R/\nu_s)] d\lambda}{1 - a(\lambda)}, \quad (5)$$

$$a(\lambda) = 2k_0 \int_0^\infty d\nu k(\nu) \int_0^1 d\mu \mu \exp(-2R\mu\lambda/\nu).$$

Рассмотрим сначала случай $k(v) = \delta(v - 1)$, причем для простоты положим $v_s = 1$. Для полного потока нейтронов будем иметь

$$N_0(\mu, t) = \int_0^{\infty} dv N^-(\mu, v, t) = 2k_0 \mu \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-1-i\infty}^{\sigma+1-i\infty} \frac{\exp[\lambda(t-R)] d\lambda}{1 - 2k_0 \int_0^1 \mu \exp(-2R\mu) d\mu}. \quad (6)$$

Особые точки подынтегрального выражения в левом полупространстве являются только полюсами. Первый полюс, определяющий основной вычет, действительный и при k_0 близком к 1 равен $\lambda_1 = -3(1-k_0)/4R$. При достаточно больших $v = (t-R)/2R$ (например, при $k_0 = 0,9$, для $v \geq 3$), выражение (6) определяется только первым вычетом

$$N_0(\mu, t) = \mu k_0 \frac{|\lambda_1| \exp(-2R|\lambda_1|)}{k_0 \exp(2R|\lambda_1|) - 1}. \quad (7)$$

Рассмотрим теперь случай максвелловского распределения выходящих из замедлителя нейтронов: $k(v) \equiv M(v) = 2v^3 \exp(-v^2)$.

Сделав замену $x = 2R\lambda$, $v = (t - \frac{R}{v_s})/2R$, представим (5) в виде

$$N^-(\mu, v, t) = \frac{\mu k_0 M(v) v_s}{R} \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-1-i\infty}^{\sigma+1-i\infty} \frac{\exp(Bx) dx}{1 - 4k_0 I(x)}, \quad (8)$$

$$I(x) = \int_0^{\infty} dv v^3 \exp(-v^2) \int_0^1 d\mu \mu \exp(-\mu x/v). \quad (9)$$

Подынтегральное выражение в (8), помимо полюсов, имеет точку ветвления $x = 0$. Поэтому для $N^-(\mu, v, t)$ имеем

$$N^-(\mu, v, t) = \frac{\mu M(v) v_s}{R} k_0 \times$$

$$\times \left\{ \sum_1 \operatorname{Res}[F(x)]_{x=x_1} + 4k_0 \int_0^{\infty} \frac{R_2(-x) \exp(-Bx) dx}{[1 - 4k_0 \tilde{I}(-x)]^2 + [4k_0 \pi R_2(-x)]^2} \right\},$$

$$F(x) = 1 - \frac{\exp(-Bx)}{4k_0 I(x)}, \quad \tilde{I}(-x) = I(-x) - i\pi R_2(-x),$$

$$R_2(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n! n} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2(k+2)}}{k!(2k+4)!(2k+6)}. \quad (10)$$

При достаточно больших B сумма вычетов дает пренебрежимо малый вклад в (10), и поток нейтронов определяется выражением

$$N^-(\mu, \nu, t) = \frac{\mu M(\nu) v_B}{R} 4k_0^2 \int_0^{\infty} \frac{R_2(-x) \exp(-Bx) dx}{[1 - 4k_0 \tilde{I}(-x)]^2 + [4k_0 \pi R_2(-x)]^2}. \quad (11)$$

Подынтегральное выражение имеет узкий максимум при $x = x_1(k_0)$, положение которого почти совпадает с положением действительного полюса $p_1 = 2R\lambda_1$ в односкоростном случае, а ширина

$$\Gamma = \frac{4\pi k_0 R_2(-x_1)}{\varphi(x_1)}, \quad \varphi(x_1) = \left\{ \frac{d}{dx} [1 - 4k_0 \tilde{I}(-x)] \right\}_{x=x_1} \quad (12)$$

мала по сравнению с x_1 . Поэтому для не очень больших B ($B \gg 4/x_1$) основной вклад в интеграле дает область вблизи максимума, и его можно записать в виде

$$\begin{aligned} N_{\text{пр}}^-(\mu, \nu, t) &= \\ &= \frac{v_B \mu M(\nu)}{R} k_0 R_2(-x_1) \exp(-Bx_1) \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x - x_1)^2 \varphi^2(x_1) + [4k_0 \pi R_2(-x_1)]^2} = \\ &= \frac{v_B \mu M(\nu) k_0 \exp(-Bx_1)}{R \varphi(x_1)}. \end{aligned} \quad (13)$$

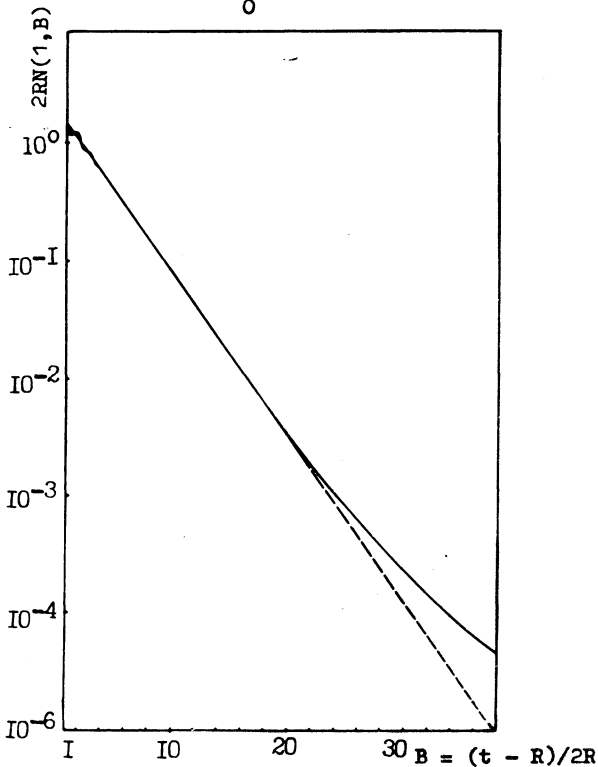
При больших B ($B \gg 4/x_1$) подынтегральная функция, помимо максимума при $x = x_1$, имеет максимум и при меньших значениях x , положение которого приближенно совпадает с положением максимума функции $x^4 \exp(-Bx)$. Соответственно можно показать, что

$$N^-(\mu, \nu, t) = N_{\text{пр}}^- + \frac{v_B \mu M(\nu) 4k_0^2}{R [1 - 4k_0 I(0)]^2} x$$

$$x \left\{ \frac{4!}{B^5} - \left[x_1^5 + \frac{x_1^4}{B} + \frac{4x_1^3}{B^2} + \frac{4 \cdot 5 x_1^2}{B^3} + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 x_1}{B^4} + \frac{4!}{B^5} \right] \exp(-Bx_1) \right\}. \quad (14)$$

На рис. I показан спад полного потока нейтронов

$$N(\mu, t) = \int_0^{\infty} dv N''(\mu, v, t)$$

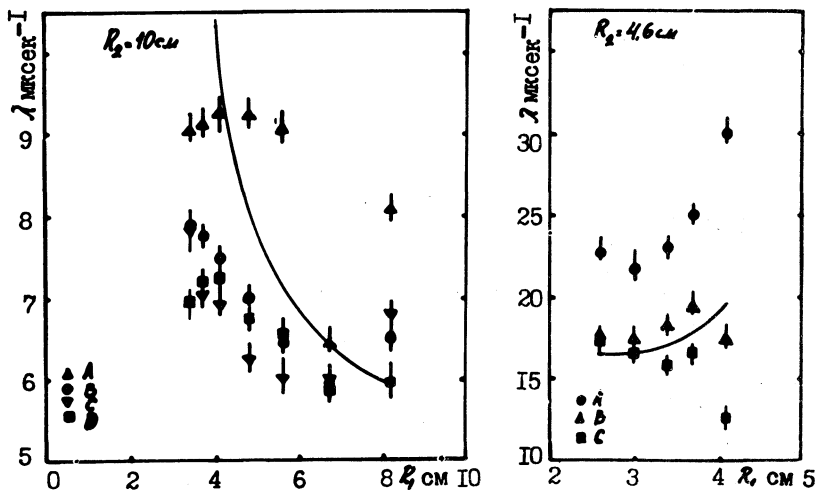


Р и с. I. Зависимость полного потока нейтронов от времени при $\mu = 1$, $k_0 = 0,8$; $c = 1$: сплошная линия - $N_{пр}(\mu, t)$, пунктир- $N(\mu, t)$. При малых B пунктиром изображен вклад высших вычетов в формуле (10).

в приближении (13) и (14) для частного случая $k_0 = 0,8$. Видно, что в интервале $3 < B < 22$ поток нейтронов затухает почти по экспоненциальному закону с постоянной затухания $\lambda_1 = \alpha_1/2R$, что было обнаружено в экспериментах /1,2/. При больших значениях B

наступает предсказываемое теорией /3/ неэкспоненциальное затухание.

К сожалению, в экспериментальных работах по прохождению нейтронов через замедлитель с большой полостью исследованы системы, которые неполностью отвечают нашей модели. Поэтому



Р и с. 2. Константы затухания $\lambda = \lambda(R_1)$. а) $R_2 = 10 \text{ см}$. б) $R_2 = 4,6 \text{ см}$, Временные интервалы: А) 90–240 мксек, В) 240–380 мксек, С) 380–530 мксек, Д) 530–660 мксек.

сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными может носить лишь качественный характер.

В работе Гросхюга и Рьонберга /1/ получены экспериментальные значения $\lambda = \lambda(R_1)$ для сферических водяных замедлителей с внешними радиусами $R_2 = 10 \text{ см}$ и $4,6 \text{ см}$. Радиус внутренней сферы R_1 принимал значения 2,6; 3,0; 3,4; 3,7; 4,1; 4,8; 5,6; 6,7; 8,2 см. На рис. 2 приведены результаты этих экспериментов при различном времени задержки. Сплошной кривой показаны расчеты по нашей модели. Константа k_0 вычислялась в односкоростном приближении методом Кейза /4/ в предположении, что толщина слоя замедлителя H много больше полного свободного пробега в замедлителе 1. Видно, что хорошее согласие с экспериментом наблюдается в

тех случаях, когда $\bar{\tau}/T \leq 1$. Как и следовало ожидать, согласие ухудшается с увеличением $\bar{\tau}/T$ (с уменьшением радиуса внутренней сферы). Согласие ухудшается также в случаях, когда не выполняется условие $n \gg 1$.

Удовлетворительное качественное согласие получается также с экспериментом В. Д. Банга /2/, изучавшего диффузию тепловых нейтронов от импульсного источника, расположенного в центре кубической полости с размерами $15 \times 15 \times 15$ см³ в кубическом блоке гидрида циркония с размерами $27 \times 27 \times 27$ см³.

Институт ядерных исследований АН СССР

Поступила в редакцию
10 января 1973 г.

Л и т е р а т у р а

1. G. Grösshüg, G. Rönneberg. Journal of Nuclear Energy, 25, 1971 (361).
2. Во Дак Банг. Кандидатская диссертация, ФИАН, 1973 г.
3. С. Б. Шихов, А. А. Шкурпелов. Сб. Теоретические и экспериментальные проблемы нестационарного переноса нейтронов, под ред. В. В. Орлова, М., Атомиздат, 1972 г.
4. К. Кейз, П. Цвайфель. Линейная теория переноса. "Мир", М., 1972 г.