Краткие сообщения по физике № 11 ноябрь 1973

# О ПРИМЕНИМОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ПОЛНОТЫ В КВАЗИУПРУГИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ НЕЙТРИНО С ЯДРАМИ

Э. В. Бугаев

УДК 539.I7.

Сечение квазиупругого взаимодействия нейтрино с ядрами $He^4$ и $O^{16}$ вычисляется без использования предположения о полноте набора реализуемых конечных состояний. Исследуется вопрос о справедливости этого предположения.

В расчетах сечений квазиупругого рассеяния электронов и нейтрино на ядрах обычно используется так называемое приближение полноты, состоящее в том, что суммируемая совокупность состояний конечного ядра считается полной системой состояний. Это предположение в принципе нуждается в проверке. Известно, что в случае $\nu z$-рассеяния результаты расчета дифференциального сечения $d\sigma/dq^2$ /I/ противоречат эксперименту /2/ в области малых $q^2$, т.е. там, где существенны эффекты ядерной структуры. В связи с этим в /I/ высказывалось мнение о целесообразности проверки обычно делаемых в подобных расчетах предположений, в частности, предположения о полноте реализуемых конечных состояний. В данной работе на примере ядер с заполненными оболочками ($He^4$, $O^{16}$) исследуется вопрос о том, в какой области энергий нейтрино и углов рассеяния приближение полноты является удовлетворительным.

Квадрат матричного элемента процесса $\nu z \to \mu z'$ записывается следующим образом:

$$|M_{fi}|^2 = \frac{G^2}{2} |\langle f | l_\mu J^\mu | i \rangle|^2 =$$

$$= \frac{G^2}{2} \left\{ \left( \frac{q^2}{q^{*2}} \cos^2\frac{\theta}{2} + 2\sin^2\frac{\theta}{2} \right) \left( |\vec{J}_{fi}|^2 - |J^z_{fi}|^2 \right) + 2\frac{q_0^2}{q^{*2}} \cos^2\frac{\theta}{2} |J^z_{fi}|^2 + \right.$$

$$+ 2\cos^2\frac{\theta}{2} |J^o_{fi}|^2 - 2\frac{q_o}{q^*} \cos^2\frac{\theta}{2}\, 2\mathrm{Re}\left[ J^z_{fi} J^{o*}_{fi} \right] +$$

$$\left. + 2\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{q^*} \left( q^2\cos^2\frac{\theta}{2} + q^{*2}\sin^2\frac{\theta}{2} \right)^{1/2} 2\mathrm{Im}\left[ J^x_{fi} J^{y*}_{fi} \right] \right\}, \qquad (I)$$

где $l_\mu$ – лептонный ток, $\theta$ – угол вылета мюона в лаб. системе, $q_0$ и $q^*$ – нулевая и пространственная компоненты $q(q = p_\mu - p_\nu)$. Вектор $\vec{q}$ направлен по оси $z$, так что $q_z = q^*$. Последний член в (I) обусловлен интерференцией $V$ и $A$, поэтому для реакций с $\bar{\nu}$ перед ним нужно изменить знак. Величины $J^\mu_{fi}$ – матричные элементы ядерного токового оператора, для которого мы используем следующее приближение /I/:

$$\vec{J} = \sum_i \left[F_A \exp(-i\vec{q}\vec{x}_i)\vec{\sigma}_i - i(F_1 + 2MF_2)\exp(-i\vec{q}\vec{x}_i)\,\frac{\vec{\sigma}_i \times \vec{q}}{2M}\right];$$
$$J_0 = \sum_i \left[F_1 \exp(-i\vec{q}\vec{x}_i)\right]. \qquad (2)$$

В (2) $F_1$, $F_2$ и $F_A$ – слабые формфакторы нуклона, $M$ – его масса.

Для расчетов воспользуемся простейшей ядерной моделью – нуклоны в осцилляторной потенциальной яме без спин-орбитальной связи. Стандартная процедура приводит к следующему выражению для сечения

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\nu,\bar{\nu}} = \frac{G^2}{\pi^2}\sum_n \left[(E_\mu p_\mu)_n \left\{\left(\frac{q_n^2}{q_n^{*2}}\cos^2\frac{\theta}{2} + 2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)F_A^2 + \cos^2\frac{\theta}{2}\times\right.\right.$$
$$\times\left[F_1^2\left(1 - \frac{q_{on}^2}{q_n^{*2}}\right) + F_A^2\left(\frac{q_{on}^2}{q_n^{*2}} + \frac{q_{on}}{M}\right)\right] \mp 2\sin\frac{\theta}{2}\,\frac{F_A(F_1 + 2MF_2)}{M}\times$$
$$\left.\left.\times\left(q_n^2\cos^2\frac{\theta}{2} + q_n^{*2}\sin^2\frac{\theta}{2}\right)^{1/2}\right\}\varkappa_n\right]\frac{1}{1 + \frac{2E_\nu}{M}\sin^2\frac{\theta}{2}}, \qquad (3)$$

$$\varkappa_n = \sum_{ll'L} n_\lambda(1 - n_{\lambda'})N^2_{NN'll'L}(2l + 1)(2l' + 1)(ll'00|L0)^2,$$

$N$ – радиальный интеграл, определяемый выражением

$$N_{NN'll'L} = \int_0^\infty r^2 dr R_{N'l'}(r) j_L(q^* r) R_{Nl}(r),$$

$R_{Nl}$ – радиальная часть одночастичной волновой функции, $n_\lambda$ и $n_{\lambda'}$ – – числа заполнения одночастичных состояний. Индекс $n$ в (3) нумерует все возможные пары квантовых чисел $N$ и $N'$ начального и конечного нуклонов и определяет тем самым энергию возбуждения ядра.

Для ядер $He^4$ и $O^{16}$ величины $\varkappa_n$ были найдены в /3/ в связи с задачей о $ez$-рассеянии. В наших обозначениях они равны $(n \geq 1)$:

$$\varkappa_n(He^4) = \frac{x^n e^{-x}}{n!};$$

$$\varkappa_n(O^{16}) = \frac{x^n e^{-x}}{(n+1)!}\left[x^2 - 2(n+1)x + (n+1)(n+4) - 2\delta_{n1}\right], \tag{4}$$

где $x \equiv q_n^{*2}/2\alpha^2$ и $\alpha$ - параметр, характеризующий осцилляторный потенциал

$$V = \frac{1}{2} M\omega_0^2 r^2 = \frac{1}{2}\frac{\alpha^4}{M} r^2.$$

При вычислении $E_{\mu,n}$ и $q_n^2$ нужно учесть возбуждение ядра и отдачу. При учете отдачи будем приближенно считать, что процесс идет на отдельном нуклоне, так, как если бы он был свободным. Тогда $E_{\mu,n}$ и $q_n^2$ определяются из уравнений

$$q_n^2 = -\mu^2 + 2E_\nu E_{\mu,n}\left(1 - \frac{p_{\mu,n}}{E_{\mu,n}}\cos\theta\right),$$

$$E_{\mu,n} = E_\nu - n\omega_0 - \frac{q_n^2}{2M}, \tag{5}$$

а $q_{o,n}^2$ и $q_n^{*2}$ определяются формулами

$$q_{o,n}^2 = (E_\nu - E_{\mu,n})^2; \quad q_n^{*2} = q_n^2 + q_{o,n}^2. \tag{6}$$

Выражения (3)-(6) позволяют рассчитать сечение без приближения полноты.

Переход к приближению полноты можно осуществить следующим образом. Если пренебречь энергией возбуждения ядра и по-прежнему считать, что отдача воспринимается квазисвободным нуклоном, то $E_\mu$ и $q^2$ не будут зависеть от $n$,

$$E_\mu = E_\nu - \frac{q^2}{2M}; \quad q^2 = -\mu^2 + 2E_\nu E_\mu\left(1 - \frac{p_\mu}{E_\mu}\cos\theta\right). \tag{7}$$

В этом случае в (3) можно вынести за знак суммы $E_\mu p_\mu$ и фигурную скобку. Суммирование по n проведем от I до $\infty$, что дает соотношения

$$\sum_n \varkappa_n(He^4) = 1 - e^{-x}; \qquad \sum_n \varkappa_n(O^{16}) = 4\left\{1 - \left(1 + \frac{x^2}{4}\right) e^{-x}\right\}. \quad (8)$$

Сечение (3) совместно с (7) и (8) описывает процесс в приближении полноты. Такое же выражение для сечения было получено авторами /I/ другим способом – с использованием соотношения

$$\sum_f J^{\mu}_{fi} J^{\nu *}_{fi} = \sum_f \langle i | J^{+}_{\nu} | f \rangle \langle f | J_{\mu} | i \rangle = \langle i | J^{+}_{\nu} J_{\mu} | i \rangle,$$

справедливого, если состояния $|f\rangle$ образуют полную систему.

Таблица I

| $E_\nu$, Гэв | $\theta$, град | $q^2$, (Гэв)$^2$ | $d\sigma_1/d\Omega \cdot 10^{38}$, см$^2$ | $d\sigma_2/d\Omega \cdot 10^{38}$, см$^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 0,3 | 0<br>I5<br>30 | $0{,}37 \cdot 10^{-3}$<br>$0{,}61 \cdot 10^{-2}$<br>$0{,}23 \cdot 10^{-1}$ | $0{,}37 \cdot 10^{-2}$<br>$0{,}13 \cdot 10^{-1}$<br>$0{,}33 \cdot 10^{-1}$ | $0{,}11 \cdot 10^{-2}$<br>$0{,}13 \cdot 10^{-1}$<br>$0{,}39 \cdot 10^{-1}$ |
| 0,6 | 0<br>I5<br>30 | $0{,}9 \cdot 10^{-4}$<br>$0{,}24 \cdot 10^{-1}$<br>$0{,}95 \cdot 10^{-1}$ | $0{,}75 \cdot 10^{-2}$<br>0,I5<br>0,25 | 0<br>0,I7<br>0,29 |

Численные расчеты, проведенные для $He^4$ и $O^{16}$ в интервале энергий $E_\nu$ = 0,3 – 1,4 Гэв, показали, что приближение полноты действительно занижает сечение $d\sigma/d\Omega$ в области малых углов. Эта область углов, однако, очень мала – при $E_\nu$ = 0,3 Гэв она составляет 0 – I5$^\circ$ и уменьшается с ростом $E_\nu$. Значение $q^2$ в этой области (подсчитанное по (7)) не превышает ~0,0I (Гэв)$^2$. Использование приближения полноты не может, таким образом, быть причиной несоответствия теории и эксперимента. Это несоответствие прослеживается в области $q^2$ от ~0,0I до ~0,2 (Гэв)$^2$ /I/, где, как показывает расчет, приближение полноты не только не занижает, а даже завышает (на I0–20%) дифференциальное сечение.

Это следует, в частности, из табл. I, где для примера приведены некоторые результаты расчета для $He^4$. Значения $q^2$ в этой таблице рассчитывались по (7), сечение $d\sigma_1/d\Omega$ - по (3)-(6), сечение $d\sigma_2/d\Omega$ - по (3) и (7)-(8).

Институт ядерных исследований АН СССР

Поступила в редакцию
I2 сентября I973 г.

## Литература

1. J. Bell, C. Llewellyn Smith. Nucl. Phys., B28, 317 (1971).
2. R. L. Kustom et al. Phys. Rev. Letts., 22, 1014 (1969).
3. А. Г. Ситенко, И. В. Сименог. ЯФ, 2, 603 (I965).