Краткие сообщения по физике № 11 ноябрь 1973

СЕЧЕНИЯ РОЖДЕНИЯ БАРИОННЫХ РЕЗОНАНСОВ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ СПИНОМ В СТОЛКНОВЕНИЯХ НЕЙТРИНО-НУКЛОН

Э. В. Бугаев

УДК 539.12.

Сечение рождения барионных резонансов произвольного полуцелого спина в νN-столкновениях параметризовано с помощью формфакторов Рарита-Швингера.

Вопросы параметризации сечений рождения барионных резонансов с произвольным спином рассмотрены в литературе пока только для электромагнитных переходов, т.е. для столкновений γ-квантов и электронов с нуклонной мишенью. Между тем, рождение $N^*(1236)$ во взаимодействиях нейтрино-нуклон уже сейчас наблюдается экспериментально и в ближайшем будущем, в связи с началом нейтринных экспериментов на ускорителе в Батавии, следует ожидать появления данных и по сечениям рождения более тяжелых резонансов.

В настоящей работе получено выражение для сечения рождения резонансов произвольного спина в νN-взаимодействии. Используемые в этом выражении переходные формфакторы определены с помощью волновых функций Рарита-Швингера. Иная параметризация сечения рассмотрена в работе /1/.

В дальнейшем будем предполагать, что слабые адронные токи переходов $N - N^*$ имеют $V-A$ форму. Запишем матричный элемент тока в следующем виде:

$$\langle p', \lambda' | J_\mu(0) | p, \lambda \rangle = \sqrt{\frac{mM}{EE'}}\, \bar{u}_{\alpha\beta\ldots\eta\delta}(p', \lambda') \Big\{ \Big[i(a^1\gamma_\mu + b^1\gamma_5\gamma_\mu) p_\alpha + (a^2 + b^2\gamma_5)\delta_{\mu\alpha} + (a^3 + b^3\gamma_5)\frac{p'_\mu}{M} p_\alpha + (a^4 + b^4\gamma_5)\frac{p_\mu}{M} p_\alpha \Big] p_\beta p_\nu \ldots p_\eta p_\delta \Big\} u(p, \lambda), \qquad (1)$$

где a^i, b^i – переходные формфакторы, $u_{\alpha\beta\ldots\eta\delta}$ – волновая функция Рарита-Швингера для спина $J = j + 1/2$, определяемая рекуррентным соотношением

$$u_{\alpha\beta\ldots\eta\delta}(p', \lambda') =$$

$$= \sum_{m,\varkappa} (j - 1/2\ m\ 1\ \varkappa | j + 1/2\ \lambda') u_{\alpha\beta\ldots\eta}(p', m) \varepsilon_{\delta}^{\varkappa}(p'), \quad (2)$$

$\varepsilon_{\delta}^{\varkappa}(p')$ – волновая функция частицы со спином I, импульсом p' и проекцией спина $\varkappa$. В системе покоя резонанса и для максимальной проекции $\lambda' = j + 1/2$ выражение (2) наиболее просто

$$u_{\alpha\beta\ldots\eta\delta}(0, j + 1/2) = \varepsilon_{\alpha}^{+1}(0)\varepsilon_{\beta}^{+1}(0)\ldots\varepsilon_{\eta}^{+1}(0)\varepsilon_{\delta}^{+1}(0)\chi^{1/2}(0);$$

$$\chi^{1/2}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Введем теперь адронный тензор $T_{\mu\nu}$

$$T_{\mu\nu} = \frac{EE'}{mM} \overline{\sum_{\lambda'}} \sum_{\lambda} \langle p', \lambda' | J_{\mu}(0) | p, \lambda \rangle \langle p, \lambda | J_{\nu}(0) | p', \lambda' \rangle. \quad (4)$$

Для определенного таким образом адронного тензора обычным образом напишем выражение через структурные функции T_i

$$T_{\mu\nu} = T_1\delta_{\mu\nu} + T_2 p_{\mu}p_{\nu} + T_3\varepsilon_{\mu\nu\delta\gamma}q_{\delta}p_{\gamma} + T_4 q_{\mu}q_{\nu} +$$

$$+ T_5(q_{\nu}p_{\mu} + q_{\mu}p_{\nu}) + T_6(q_{\nu}p_{\mu} - q_{\mu}p_{\nu}), \quad (5)$$

где $q = p - p'$. Дифференциальное сечение реакции образования резонанса

$$\nu_{\mu} + N \rightarrow \mu^{-} + N^{*}$$

следующим образом выражается через структурные функции (в пренебрежении шириной резонанса и членами, пропорциональными массе лептона):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G^2}{2\pi^2} \frac{M}{m\left(1 + \frac{2E_{\nu}}{m}\sin^2\frac{\theta}{2}\right)} E_{\mu}^2 \cos^2\frac{\theta}{2} \times$$

$$\times \left\{ 2T_1 tg^2\frac{\theta}{2} + m^2 T_2 + 2mT_3(E_{\nu} + E_{\mu}) tg^2\frac{\theta}{2} \right\}, \quad (6)$$

где θ, E_μ – угол вылета и энергия мюона в лаб. системе.

Задача состоит в том, чтобы найти выражение структурных функций через a^1, b^1. Для этого будем использовать такой способ расчета, который позволит при суммировании по спиновым состояниям обойтись без вычисления громоздких проекционных операторов для частиц с произвольным спином /2/. Пусть спин резонанса направлен по оси z. Тогда в системе покоя резонанса легко, пользуясь (3), записать матричный элемент $J_\mu n_\mu$ (где n_μ – произвольный 4-вектор) через двухкомпонентные спиноры

$$\langle 0,\ j+1/2|J_\mu n_\mu|p,\lambda\rangle = \chi^+\hat{M}\varphi \equiv M, \tag{7}$$

и аналогично для $J_\nu n_\nu^*$. Квадрат матричного элемента, усредненный по проекциям спина начальной частицы, запишется, очевидно, в виде ($\vec{s}$ - вектор спина резонанса):

$$\frac{1}{2}\sum_\lambda |M|^2 = \frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\left[\hat{M}^+\,\frac{1+\vec{\sigma}\vec{s}}{2}\,\hat{M}\right]. \tag{8}$$

Для получения окончательного выражения остается проинтегрировать по всем направлениям спина резонанса и умножить на число проекций, т.е.

$$T_{\mu\nu}n_\mu n_\nu^* = \frac{EE'}{mM}(2J+1)\int\frac{d\Omega_s}{4\pi}\,\frac{1}{2}\sum_\lambda |M|^2. \tag{9}$$

После громоздких выкладок, связанных с вычислением шпуров и интегрированием, получим выражение ($q_*^2 = q^2 + q_0^2$):

$$T_{\mu\nu}n_\mu n_\nu^* = \frac{E+m}{2m}(2J+1)\frac{1}{2^{J+1/2}}(q_*)^{2J-3}\times$$

$$\times\left\{A\vec{n}\vec{n}^* + B(\vec{q}\vec{n})(\vec{q}\vec{n}^*) + C\vec{q}[\vec{n}^*\vec{n}] + Dn_0(\vec{q}\vec{n}^*) + \delta n_0^*(\vec{q}\vec{n}) + Fn_0n_0^*\right\}, \tag{10}$$

где A,B... следующим образом выражаются через формфакторы:

$$A = |b^1|^2\gamma_J q_*^2 + |a^1|^2\gamma_J\frac{q_*^4}{(E+m)^2} + |b^2|^2(\delta_J-\alpha_J)\frac{q_*^2}{(E+m)^2} +$$

$$+|a^2|^2(\delta_J-\alpha_J) + 2\mathrm{Re}(a^1a^{2*} - b^1b^{2*})\,\alpha_J\frac{q_*^2}{E+m},$$

$$B = |b^4|^2 \gamma_J \frac{q^{*4}}{M^2(E+m)^2} - |b^2|^2 \beta_J \frac{1}{(E+m)^2} + |a^4|^2 \gamma_J \frac{q^{*2}}{M^2} -$$

$$-|a^2|^2 \beta_J \frac{1}{q^{*2}} + 2\mathrm{Re}\Big[a^1 a^{2*}(\delta_J - 2\alpha_J - \beta_J)\frac{1}{E+m} + a^1 a^{4*}\gamma_J \frac{q^{*2}}{M(E+m)} +$$

$$+ a^2 a^{4*}(\delta_J - \alpha_J - \beta_J)\frac{1}{M} - b^1 b^{2*}(\delta_J - 2\alpha_J - \beta_J)\frac{1}{E+m} -$$

$$- b^1 b^{4*}\gamma_J \frac{q^{*2}}{M(E+m)} + b^2 b^{4*}(\delta_J - \alpha_J - \beta_J)\frac{q^{*2}}{M(E+m)^2}\Big],$$

$$C = i2\mathrm{Re}\Big[a^1 b^{1*}\gamma_J \frac{q^{*2}}{E+m} + a^2 b^{2*}(\alpha_J + \beta_J)\frac{1}{E+m} + a^2 b^{1*}\alpha_J -$$

$$- a^1 b^{2*}\alpha_J \frac{q^{*2}}{(E+m)^2}\Big],$$

$$D = \mathcal{E}^* = \Big(-b^1 + b^3 + b^4 \frac{E}{M}\Big)\Big\{b^{1*}\gamma_J \frac{q^{*2}}{E+m} - b^{4*}\gamma_J \frac{q^{*4}}{M(E+m)^2} -$$

$$-b^{2*}(\delta_J - \alpha_J - \beta_J)\frac{q^{*2}}{(E+m)^2}\Big\} + \Big(a^1 + a^3 + a^4 \frac{E}{M}\Big)\Big\{- a^{1*}\gamma_J \frac{q^{*2}}{E+m} -$$

$$a^{4*}\gamma_J \frac{q^{*2}}{M} - a^{2*}(\delta_J - \alpha_J - \beta_J)\Big\},$$

$$F = \Big|a^1 + a^3 + a^4 \frac{E}{M}\Big|^2 \gamma_J q^{*2} + \Big|-b^1 + b^3 + b^4 \frac{E}{M}\Big|^2 \gamma_J \frac{q^{*4}}{(E+m)^2},$$

и константы α_J; β_J, γ_J, δ_J определяются формулами

$$\alpha_J = \sum_{m=0}^{J-3/2} C^m_{J-1/2} \frac{(-1)^m}{(2m+1)(2m+3)},$$

$$\beta_J = \sum_{m=0}^{J-3/2} C^m_{J-1/2} \frac{(-1)^m 2m}{(2m+1)(2m+3)}, \qquad \text{(II)}$$

$$\gamma_J = \frac{(2J-1)!!}{(2J)!!}, \qquad \delta_J = \frac{(2J-3)!!}{(2J-2)!!}.$$

Выражение $T_{\mu\nu} n_\mu n_\nu^*$ можно записать и через T_i, пользуясь (5), и результат сравнить с правой частью (10). При этом найдем систему уравнений, связывающих T_i с A,B... Решая ее, получим:

$$
\begin{aligned}
&\varkappa T_1 = A, \varkappa T_3 = \frac{1}{M} C, \\
&\varkappa T_2 = \frac{1}{M^2}\left[A + F + B(E - M)^2 + (D + \delta)(E - M)\right], \\
&\varkappa T_4 = \frac{1}{M^2}\left[A + F + (D + \delta)E + BE^2\right], \qquad\qquad (12) \\
&\varkappa T_5 = -\frac{1}{M^2}\left[A + F + BE(E - M) + \frac{1}{2}(D + \delta)(2E - M)\right], \\
&\varkappa T_6 = \frac{1}{2M}(D - \delta),
\end{aligned}
$$

где $\varkappa^{-1}$ – множитель, стоящий перед фигурной скобкой в (10). Уравнения (12) совместно с (10) и (6) решают поставленную задачу параметризации сечения. В частном случае $J = 3/2$ из этих уравнений получается выражение для сечения, найденное в /3/ при использовании стандартной техники проекционных операторов.

Институт ядерных исследований АН СССР

Поступила в редакцию
12 сентября 1973 г.

Литература

1. Э. В. Бугаев. ЯФ (в печати).
2. J. D. Bjorken, J. D. Walecka. Ann. Phys., 38, 35 (1966).
3. C. H. Albright, L. S. Liu. Phys. Rev., 140B, 748 (1965).