ФЛУКТУАЦИОННЫЕ ПОТОКИ В СТЕЛЛАРАТОРАХ

В. И. Крылов

В плазме существуют различные виды волн, в том числе, при наличии магнитного поля и неоднородностей температуры и плотности частиц, дрейфовые волны. Именно этими волнами мы будем интересоваться.

Данные волны приводят к появлению осциллирующих возмущений плотности частиц δn_α, температуры δT_α и потенциала φ (α обозначает сорт частиц).

Осциллирующие плотность δn_α и потенциал φ могут иметь сдвиг фазы ψ относительно друг друга, что приводит к появлению усредненных флуктуационных потоков частиц.

Действительно, усредняя уравнение движения $m_\alpha \dfrac{d\vec{v}_\alpha}{dt} = e_\alpha\left\{-\nabla\varphi + \dfrac{1}{c}[\vec{v}_\alpha\vec{B}]\right\}$ по периоду циклотронного вращения $\dfrac{2\pi}{\omega_\alpha}$ (при частоте колебаний потенциала $\omega \ll \omega_\alpha$), найдем скорость электрического дрейфа частиц $\vec{v}_D$ при условии, что $\vec{B}$ однородно, постоянно и направлено по оси z,

$$
\begin{aligned}
v_{Dx} &= \frac{c}{B}\frac{\partial\varphi}{\partial y},\\
v_{Dy} &= -\frac{c}{B}\frac{\partial\varphi}{\partial x}.
\end{aligned}
\tag{I}
$$

Рассмотрим плоский слой плазмы с неоднородностью плотности частиц, направленной вдоль оси x. Если перейти к тороидальной системе координат с учетом направлений неоднородности и магнитного поля в стеллараторе, то ось x будет соответствовать малому радиусу тора. Поэтому наибольший интерес представляет движение частиц вдоль оси x, так как частицы уходят на стенки стелларатора именно в этом направлении. Используя (I), находим среднюю плотность потока частиц в направлении x

$$\Gamma_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\frac{c}{B}\int_0^T \delta n_\alpha \frac{\partial\varphi}{\partial y}\,dt. \tag{2}$$

Величины φ и δn_α в приближении геометрической оптики можно представить в виде

$$\begin{aligned}\varphi &= \varphi_A\cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t),\\ \delta n_\alpha &= \delta n_{A\alpha}\cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \psi),\end{aligned} \tag{3}$$

где φ_A и $\delta n_{A\alpha}$ есть, соответственно, амплитуды осциллирующих частей потенциала и плотности частиц плазмы.

Подставляя (3) в (2) и проводя несложные тригонометрические преобразования, получим

$$\Gamma_x = \frac{k_y}{2}\frac{c}{B}\,\delta n_{A\alpha}\varphi_A\sin\psi. \tag{4}$$

Однако экспериментально можно измерить только плавающий потенциал и его осциллирующую часть φ_f.

Как известно, плавающий потенциал зависит от температуры. Это приводит к тому, что осциллирующие части плавающего потенциала φ_f и потенциала плазмы φ сдвинуты по фазе относительно друг друга. φ и φ_f связаны следующей формулой /I/

$$\varphi_f = \varphi - \mathcal{L}\,\frac{\delta T_e}{e}, \tag{5}$$

где $\mathcal{L}$ - множитель, логарифмически зависящий от плотности частиц, который далее в расчетах принимается равным пяти, δT_e - возмущение электронной температуры, которая сама может быть сдвинута по фазе относительно φ.

Таким образом, для того, чтобы проводить обработку результатов измерений флуктуационных потоков на различных установках, в том числе на стеллараторах, важно знать сдвиг фаз между плавающим потенциалом и потенциалом плазмы.

В работах /I/ было изучено поведение этой величины для низкотемпературной плотной плазмы в приближении двухжидкостной гидродинамики. Мы попытались найти сдвиг фаз между φ и φ_f с помощью кинетической теории для одномерной модели водородной плазмы, находящейся в однородном магнитном поле $\vec{B} = (0, 0, B)$ и имеющей градиент плотности частиц $\nabla n_o = (\partial n_o/\partial x, 0, 0)$. Полученные результаты были применены для вычисления величины сдвига фаз между φ и φ_f для двух значений поля B = 2,2 кгс и B = 4,5 кгс в стеллараторе Л-I ФИАН"а. Необходимые данные для ω, k_z, k_y, T_e, T_i, n_o, $\partial n_o/\partial x$ были взяты из работы /2/.

Как известно, температура определяется формулой

$$T_e = \int \frac{m_e(\vec{v} - \vec{V}_e)^2}{3n_e} f_e d\vec{v}. \tag{6}$$

В рассматриваемом случае $f_e = f_{eo} + \delta f_e$, $n_e = n_{eo} + \delta n_e$, $\vec{V}_e = \delta\vec{V}_e$, здесь δf_e – возмущение равновесной функции распределения $\delta\vec{V}_e = (1/n_o)\int \vec{v}\delta f_e d\vec{v}$.

Осциллирующая добавка к равновесной температуре $T_{eo} = \int \frac{mv^2}{3n_{eo}} f_{eo} d\vec{v}$ в линейном приближении будет иметь вид

$$\delta T_e = \int \frac{mv^2}{3n_{eo}} \delta f_e d\vec{v} - \frac{\delta n_e}{n_{eo}} T_{eo} - 2\delta\vec{V}_e \int \frac{m\vec{v}}{3n_{eo}} f_{eo} d\vec{v}.$$

Но, так как f_{eo} равновесная функция распределения, то интеграл в последнем слагаемом будет равен нулю, и для δT_e получим

$$\delta T_e = \int \frac{mv^2}{3n_{eo}} \delta f_e d\vec{v} - \frac{\delta n_e}{n_{eo}} T_{eo}. \tag{7}$$

Для определения δf_e воспользуемся уравнением Больцмана

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \vec{v}\frac{\partial f_e}{\partial \vec{r}} - e\left\{\vec{E} + \frac{1}{c}[\vec{v}\vec{B}]\right\}\frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^e_{st}. \tag{8}$$

Столкновительный член мы выбрали в форме БГК /3/

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^{e}_{st} = -\sum_{\alpha} \nu_{e\alpha}(f_e - n_e\Phi_{e\alpha}), \tag{9}$$

где

$$\Phi_{e\alpha} = \left(\frac{m_e}{2\pi T_e}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{m_e(\vec{v}-\vec{V}_\alpha)^2}{2T_{e\alpha}}\right\}, \quad T_{e\alpha} = \frac{m_e T_\alpha + m_\alpha T_e}{m_e + m_\alpha}.$$

Мы пренебрегаем возмущением ионов, т.е. членами, пропорциональными величине m_e/m_i. Тогда $T_{e\alpha} = T_e$. Учитывая, что $\nu_{ee} < \nu_{ei} = \nu_e$, а также что $\delta f_e = \delta f_e(x)\exp(-i\omega t + ik_y y + ik_z z)$, получим следующее уравнение для определения δf_e:

$$-i(\omega' - k_y v_y - k_z v_z)\delta f_e + v_x \frac{\partial \delta f_e}{\partial x} - \omega_e [\vec{v}\vec{b}] \frac{\partial \delta f_e}{\partial \vec{v}} =$$

$$= -\frac{e}{m} \nabla\varphi \frac{\partial F_{eo}}{\partial \vec{v}} + \nu_e \left\{\delta n_e + \frac{n_{eo}}{2T_{eo}}\left[\frac{mv^2}{T_{eo}} - 3\right]\delta T_e\right\} f_{eo}; \tag{10}$$

здесь

$$F_{eo} = \left(1 - \frac{v_y}{\omega_e}\frac{\partial}{\partial x}\right) f_{eo}, \quad \omega' = \omega + i\nu_e,$$

$$f_{eo} = n_{eo}\left(\frac{m}{2\pi T_e}\right)^{3/2} \exp(-mv^2/2T_{eo}).$$

В уравнении (10) можно пренебречь членами вида $k_y v_y/\omega_e$, $k_y v_x/\omega_e$. Тогда решение уравнения (10) будет иметь вид (см. также /4/)

$$\delta f_e = \frac{e\varphi}{T_{eo}} f_{eo} + \left[i\nu_e\left(\frac{\delta n_e}{n_{eo}} - \frac{3}{2}\frac{\delta T_e}{T_{eo}}\right) - \frac{e\varphi}{T_{eo}} a_e\right] \frac{f_{eo}}{\omega' - k_z v_z} +$$

$$+ i\nu_e \frac{m\delta T_e}{2T_{eo}^2} \frac{v^2 f_{eo}}{\omega' - k_z v_z}, \tag{11}$$

где $a_e = \omega' + (k_y v_{T_e}^2/\omega_e)(\partial \ln n_{eo}/\partial x)$.

Интегрируя (II) с весами I и $\frac{mv^2}{3n_{eo}}$, получим систему алгебраических уравнений, из которой находим δT_e

$$\delta T_e = \left\{1 - i\nu_e\left[\frac{1}{2}B + \frac{2}{3}C + \frac{3}{2}(i\nu_e B - 1)\frac{B - A}{1 - i\nu_e A}\right]\right\}^{-1} \times$$

$$\times\left\{(i\nu_e - a_e)\frac{B - A}{1 - i\nu_e A}\right\}; \qquad (12)$$

здесь

$$C = \beta^4 A - \frac{\beta(\beta^2 + 1/2)}{\sqrt{2}k_z v_{T_e}}, \qquad B = \frac{2}{3}\left[(\beta^2 - 1)A - \frac{\beta}{\sqrt{2}k_z v_{T_e}}\right],$$

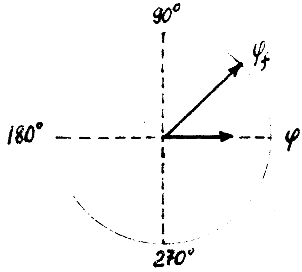
$$A = \frac{\sqrt{\pi}}{\pi}\,\frac{w(\beta)}{\sqrt{2}k_z v_{T_e}},$$

где $\beta = \frac{\omega}{\sqrt{2}k_z v_{T_e}}$, и $w(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(-t^2)}{\beta - t}\,dt.$

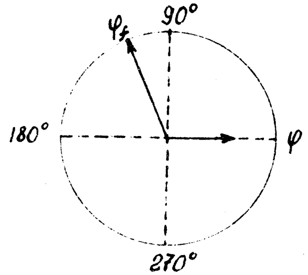
Функция $w(\beta)$ подробно изучена и протабулирована в /5/.

Используя формулу (12), мы подсчитали сдвиг фазы θ между φ_f и φ для значений поля B = 2,2 кгс, B = 4,5 кгс, причем эффективная частота ν_e определялась по формуле /3/ $\nu_e = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{2\pi}{m_e}}\,\frac{e^4 n_i L}{T_e^{3/2}}$. Ее величина приблизительно равна 5.10^4 сек$^{-1}$.

Для B = 2,2 кгс $\theta \approx 44°40'$, для B = 4,5 кгс $\theta \approx 112°40'$. На диаграмме это выглядит следующим образом:



B = 2,2 кгс



B = 4,5 кгс

Приведенные здесь результаты расчетов двух значений сдвига фаз возмущений плавающего потенциала и потенциала плазмы показывают, что при нахождении флуктуационных потоков частиц плазмы, с использованием экспериментальных данных сдвига фаз осциллирующих частей плотности частиц и плавающего потенциала, необходимо учитывать зависимость плавающего потенциала от температуры плазмы, т.е. сдвиг фаз соответствующих частей плавающего потенциала и потенциала плазмы. Пренебрежение этой зависимостью может привести как к ошибке при нахождении абсолютной величины потока, так и к ошибке при определении его знака.

В заключение выражаю благодарность М. С. Рабиновичу за постановку задачи и обсуждение результатов.

Поступила в редакцию
II октября I97I г.

Литература

1. R. W. Motley, R. F. Ellis and D. L. Jassby. IV European Conference on Plasma Physics, p. 146, 1970.
S. Tzai, F. W. Perkins, and T. H. Stix. Phys. Fluids, 13, 2108 (1970).
2. М. С. Бережецкий, С. Е. Гребенщиков, И. А. Коссый, И. С. Сбитникова, И. С. Шпигель. ЖЭТФ (в печати).
3. В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе. Волны в магнитоактивной плазме, Наука, М., I970 г.
4. А. А. Рухадзе, В. П. Силин. УФН, 96, 87 (I968).
5. В. Н. Фаддева, Н. М. Терентьев. "Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента". Гостехиздат, I954 г.