Краткие сообщения по физике № 2 февраль 1972

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ КОНЕЧНОГО ВРЕМЕНИ ЗАТУХАНИЯ МЕЖДУЗОННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ И ДЕФОРМАЦИИ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НОСИТЕЛЕЙ НА НАСЫЩЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ КВАНТОВЫХ ГЕНЕРАТОРОВ И УСИЛИТЕЛЕЙ

В. Ю. Никитин, И. А. Полуэктов

Определение зависимости коэффициента усиления (КУ) от интенсивности электромагнитной волны имеет большое значение для расчета различных характеристик полупроводниковых квантовых генераторов (ПКГ) и усилителей. Зависимость КУ от интенсивности сильной волны на основе скоростных уравнений для свободных носителей была определена в /I/. КУ в сильных полях вычислялся также в работах /2-5/.

В настоящей работе при вычислении коэффициента усиления в сильном электромагнитном поле учитываются конечное время затухания поляризации $\hbar/\Gamma$ /6/ и отличие функции распределения от фермиевской. При концентрациях носителей, характерных для ПКГ, время взаимодействия между свободными носителями (10^{-12} сек) меньше времени взаимодействия носителей с решеткой (10^{-9} - 10^{-10} сек). Поэтому приход носителей на уровни, участвующие в междузонном вынужденном переходе, будет определяться столкновениями свободных носителей. Таким образом, кинетическое уравнение для функции распределения электронов в зоне проводимости с учетом конечного времени затухания поляризации запишем в виде

$$\frac{\partial f_{ck}}{\partial t} = S_{ee} + \frac{2\pi}{\hbar}(\vec{E}\vec{d})^2(f_{vk} - f_{ck})\frac{2\Gamma}{(\varepsilon_{ck} - \varepsilon_{vk} + \hbar\omega)^2 + \Gamma^2} + g - \alpha(\omega_1)f_{ck}(1 - f_{vk}), \qquad (I)$$

где S_{ee} - интеграл электрон-электронных столкновений, $\vec{k}$ - квазиимпульс электрона, d - междузонный дипольный матричный элемент с сохранением квазиимпульса, f_{ck} и f_{vk} - функции распределения носителей в зонах c и v; E, ω - амплитуда и частота электрического поля сильной волны; ω_1 - частота волны слабого поля спонтанного излучения ($\hbar\omega_1 = \varepsilon_{ck} - \varepsilon_{vk}$); g - источник возбуждения носителей. В отсутствии сильного поля функции распределения можно считать фермиевскими с температурой решетки. Величина квазиуровня μ_o^c в зоне проводимости определяется уравнением

$$g - \alpha(\omega_1) f_{ck}^F(\mu_o^c)\left[1 - f_{vk}^F\left(\mu_o^c \frac{m_c}{m_v}\right)\right] = 0. \tag{2}$$

С учетом (2) уравнение (I) запишется в виде

$$\frac{\partial f_{ck}}{\partial t} = S_{ee} + \frac{2\pi}{\hbar}(\vec{E}\vec{d})^2(f_{vk} - f_{ck})\frac{2\Gamma}{(\varepsilon_{ck} - \varepsilon_{vk} - \hbar\omega)^2 + \Gamma^2} +$$

$$+ \alpha(\omega_1)\left\{f_{ck}^F(\mu_o^c)\left[1 - f_{vk}^F\left(\mu_o^c \frac{m_c}{m_v}\right)\right] - f_{ck}(1 - f_{vk})\right\}. \tag{3}$$

Ищем решение уравнения (3) в виде: $f_{ck} = f_{ck}^F(\mu) + g_{ck}$, где $f_{ck}^F(\mu)$ - функция Ферми с уровнем Ферми, определяемым ниже из уравнения (4), а g_{ck} - некоторая добавка, удовлетворяющая условию $\int g_{ck} d^3k = 0$. Подстановка $f_{ck}^F(\mu)$ в уравнение (3) и интегрирование по $\vec{k}$ с учетом $\int S_{ee} d^3k = 0$ дает:

$$\frac{dn_c}{dt} = I\varkappa(\omega) + \int \alpha(\omega_1)\left[f_{ck}^F(\mu_o^c)\left(1 - f_{vk}^F\left(\frac{m_c}{m_v}\mu_o^c\right)\right) -\right.$$

$$\left. - f_{ck}^F(\mu^c)\left(1 - f_{vk}^F\left(\frac{m_c}{m_v}\mu^c\right)\right)\right] d^3k, \tag{4}$$

где $n = \int f_{ck}^F(\mu^c)\frac{d^3k}{(2\pi)^3}$, а $I = \frac{E^2}{8\pi}\frac{c}{\eta}\frac{1}{\hbar\omega}$ -

плотность потока квантов, η - показатель преломления, c - скорость света, $\varkappa(\omega)$ - коэффициент усиления. Для поля с компонентами $\{0,0,E\}$ коэффициент усиления определяется выражением

$$\varkappa(\omega) = 16\frac{\omega\eta}{c} d_z^2 \int \frac{(f_{vk} - f_{ck})\Gamma k^2 dk}{(\varepsilon_{ck} - \varepsilon_{vk} - \hbar\omega)^2 + \Gamma^2}, \tag{5}$$

где d_z – проекция междузонного дипольного матричного элемента на ось z. Для вычисления интеграла (5) представим функции распределения в зонах c и v в виде

$$f_{ck} = \begin{cases} 1 & \text{для } 0<\varepsilon<\mu_c - 2kT, \\ 1/2 - (1/4kT)(\varepsilon - \mu_c) & \text{для } \mu_c - 2kT<\varepsilon<\mu_c + 2kT, \\ 0 & \text{для } \varepsilon>\mu_c + 2kT, \end{cases}$$

и

$$f_{vk} = \begin{cases} 1/2 - (1/4kT)(-\varepsilon + \mu_v) & \text{для } 0<\varepsilon<\mu_v + 2kT, \\ 1 & \text{для } \varepsilon<\mu_v + 2kT. \end{cases}$$

Энергии отсчитываются от краев зон. Интегрируя получим

$$\varkappa(\omega) = \varkappa^0(\omega) + \Gamma\Phi(\mu,\omega),$$

где

$$\varkappa^0(\omega) = 16\pi \frac{\omega\eta}{c} d_z^2(\hbar\omega - \Delta)^{1/2}\left(\frac{2m^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{1}{4kT}(\hbar\omega - \mu_c - \mu_v) =$$

$$= \zeta(\omega)(\hbar\omega - \Delta)^{1/2}\frac{1}{4kT}(\hbar\omega - \mu_c - \mu_v)$$

коэффициент усиления при $\Gamma=0$, а $\Phi(\mu,\omega)$ дается довольно громоздким выражением, которое мы не приводим. По порядку величины $\Phi(\omega) \sim \zeta(\omega)10^{-1}/(kT)^{1/2}$ при значениях $\mu_c \sim 5kT$, $T = 70°K$, $m_c = 0{,}07m_o$, $m_v = 0{,}4m_o$, характерных для ПКГ на GaAs и условии $\hbar\omega - \Delta - \mu_c \ll kT$, которое в состоянии, близком к насыщению КУ, заведомо выполняется. Если подставить $\varkappa(\omega)$ в уравнение (4) и разложить член спонтанной рекомбинации по $(\mu^c - \mu_o^c)$

$$\int \alpha(\omega_1)\left\{f_{ck}^F(\mu_o^c)\left[1 - f_{vk}^F\left(\frac{m_c}{m_v}\mu_o^c\right)\right] - f_{ck}^F(\mu^c)\left[1 - f_{vk}^F\left(\frac{m_c}{m_v}\mu^c\right)\right]\right\}d^3k =$$

$$= \beta(\mu^v - \mu_o^v) - \chi(\mu^c - \mu_o^c),$$

то получим:

$$I\zeta(\omega)\frac{(\hbar\omega - \mu_c - \mu_v)}{4kT} + \beta(\mu^v - \mu_o^v) - \chi(\mu^c - \mu_o^c) + \Gamma\Phi(\mu,\omega) = 0. \tag{6}$$

Определяя из этого выражения μ_c с точностью до линейного по Г члена и подставляя в $\varkappa(\omega)$, будем иметь:

$$\varkappa(\omega) = \xi(\omega)(\hbar\omega - \Delta)^{1/2}\times$$

$$\times\frac{\left[\left(1+\frac{m_c}{m_v}\right)\mu_o^c - \hbar\omega\right]}{4kT}\cdot\frac{1-\dfrac{\Gamma\Phi(\mu_o,\omega)\left(1+\frac{m_c}{m_v}\right)}{\left(\chi-\beta\frac{m_c}{m_v}\right)}\cdot\dfrac{1}{\left(\hbar\omega-\left(1+\frac{m_c}{m_v}\right)\mu_o^c\right)}}{1-\dfrac{I\xi(\omega)(\hbar\omega-\Delta)^{1/2}\left(1+\frac{m_c}{m_v}\right)}{\left(\beta\frac{m_c}{m_v}-\chi\right)\cdot 4kT}}. \quad (7)$$

Член в числителе

$$\frac{\Gamma\Phi(\omega,\mu_o)(1+m_c/m_v)}{\chi-\beta m_c/m_v}\cdot\frac{1}{\hbar\omega-(1+m_c/m_v)\mu_o^c}$$

обусловлен конечностью Г, и он приводит к тому, что даже при $\hbar\omega = \mu_c + \mu_v$ имеется поглощение. При больших интенсивностях, когда в знаменателе можно пренебречь единицей, добавка, обусловленная конечностью Г, имеет величину $\sim\Gamma\Phi(\omega)/I$.

Учтем теперь деформацию функции распределения носителей и определим добавку g_{ck}. Из (I), полагая $df_{ck}/dt = 0$, получим для g_{ck} в линейном приближении уравнение

$$S^1_{ee}(f^F_{ck},g_{ck}) + S^2(f^F_{ck},g_{ck}) + \frac{2\pi}{\hbar}(\mathbf{Ed})^2\left[f^F_{vk}(\mu^c) - f^F_{vk}\left(\frac{m_c}{m_v}\mu^c\right)\right]\times$$

$$\times\frac{2\Gamma}{(\varepsilon_{ck}-\varepsilon_{vk}-\hbar\omega)^2+\Gamma^2} + \alpha(\omega_1)\left[f^F_{ck}(\mu_o^c)\left(1-f^F_{vk}\left(\frac{m_c}{m_v}\mu_o^c\right)\right) -\right.$$

$$\left. - f_{ck}(\mu^c)\left(1-f_{vk}\left(\frac{m_c}{m_v}\mu^c\right)\right)\right]. \quad (8)$$

В члене $S^1(f^F_{ck},g_{ck})$ под знаком интеграла добавка g_{ck} не стоит, и интегрирование идет по области кТ вблизи уровня Ферми. В члене $S^2(f^F_{ck},g_{ck})$ добавка стоит под знаком интеграла и, следовательно, интегрирование идет по области порядка Γ, где g_{ck} отлична от нуля. Так как $\Gamma \ll kT$, то можно пренебречь членом $S^2_{ee}(f_{ck}, g_{ck})$ и записать $S_{ee} = S^1_{ee}(f_{ck}, g_{ck}) = -g_{ck}/\tau_{ee}$.

Из уравнения (8) легко находим

$$g_{ck} = \tau_{ee}\left\{\frac{2\pi}{\hbar}(\vec{E}\vec{d})^2\left[f^F_{vk}\left(\frac{m_c}{m_v}\mu^c\right) - f^F_{ck}(\mu^c)\right]\frac{2\Gamma}{(\varepsilon_{ck} - \varepsilon_{vk} - \hbar\omega)^2 + \Gamma^2} + \right.$$

$$\left. + \alpha(\omega_1)\left(f^F_{ck}(\mu^c_0)\left[1 - f^F_{vk}\left(\frac{m_c}{m_v}\mu^c_0\right)\right] - f^F_{ck}(\mu^c)\left[1 - f^F_{vk}\left(\frac{m_c}{m_v}\mu^c\right)\right]\right)\right\}. \tag{9}$$

τ_{ee} для $\varepsilon_{ck} \sim \mu^c$, где g_{ck} отлично от нуля, можно считать постоянной. Отсюда легко видеть, что $\int g_{ck} d^3k = 0$. Аналогичное выражение может быть получено для добавки g_{vk}. Подставив $f_{ck} = f^F_{ck}(\mu) + g_{ck}$ и $f_{vk} = f^F_{vk} + g_{vk}$ в формулу (5) для $\varkappa(\omega)$, получим:

$$\varkappa(\omega) = \varkappa^{\circ}(\omega)\left\{1 - \frac{2\pi}{\hbar}\frac{\tau_{ee}}{\Gamma}(Ed)^2 - \frac{2\pi}{\hbar}\frac{\tau_{pp}}{\Gamma}(Ed)^2\right\} + \Phi_1(\omega, \mu, \tau_{ee}), \tag{10}$$

где $\Phi_1(\omega, \mu, \tau_{ee})$ – сложное выражение представляющее собой сумму функций порядка $\Gamma\Phi(\omega,\mu)$; $\xi(\omega)\ \frac{2\pi}{\hbar}(Ed)^2\frac{\tau_{ee}\Gamma^2}{(\hbar\omega - \Delta)(kT)^{3/2}}$;

$10^{-1}\cdot\xi(\omega)\ \frac{2\pi}{\hbar}(Ed)^2\cdot\frac{\hbar\omega - \Delta}{(kT)^{3/2}}\tau_{ee}$; $(\hbar\omega - \Delta)^{1/2}\tau_{ee}\alpha(\omega)\ \frac{\mu^c - \mu^c_0}{kT}\cdot(\xi(\omega))$.

Из (10) видно, что добавка к коэффициенту усиления, обусловленная деформацией функции распределения, становится существенной при $(2\pi/\hbar)(Ed)^2(\tau_{ee}/\Gamma) \geqslant 1$, т.е. когда время индуцированного сброса частиц меньше или равно времени электрон-электронных столкновений. Для полей $E \sim 10^4$ в/см

$d \sim 10^{17}$CGSE, $\tau_{ee} \sim 10^{-1}\frac{\hbar}{\Gamma} \sim 3\cdot10^{-13}$ сек; член $\frac{2\pi}{\hbar}(Ed)^2\frac{\tau_{ee}}{\Gamma} \approx 10^{-2}$ и дает малый вклад в коэффициент усиления. Вычисленная в данной работе добавка к коэффициенту усиления за счет конечности времени затухания поляризации и деформации функции распределения имеет малый порядок величины. Однако она существенна при рассмотрении частоты и порога возбуждения второй моды в ПКГ, величины области устойчивости двухмодовой генерации (см. также /7,8/).

В **заключение** благодарим Крохина О. Н. за обсуждение работы и Алямовского В. Н. за критические замечания.

Поступила в **редакцию** 2 февраля 1971 г.
После переработки 17 декабря 1971 г.

Литература

1. О. Н. Крохин. ФТТ, 7, 2612 (1965).
2. Ю. Л. Климонтович, Э. В. Погорелова. ЖЭТФ, 50, 605 (1966).
3. Ю. Л. Климонтович, Э. В. Погорелова. ЖЭТФ, 51, 1722 (1966).
4. В. Ф. Елесин. ЖЭТФ, 59, 602 (1970).
5. Ю. П. Лисовец, И. А. Полуэктов, Ю. М. Попов. Краткие сообщения по физике № 2, 62 (1970).
6. В. Ю. Никитин, И. А. Полуэктов. ФТП, 3, 851 (1965).
7. В. Ф. Елесин. Оптика и спектроскопия, XXX, 569 (1971).
8. Ю. М. Попов, Н. Н. Шуйкин. ЖЭТФ, 58, 1727 (1970).