

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ БЫСТРЫХ МАГНИТОЗВУКОВЫХ ВОЛН

В. В. Пустовалов, А. Б. Романов

Выводы теории параметрического резонанса /1/, /2/ относительно условий возникновения неустойчивых возмущений в плазме находят подтверждение при интерпретации эксперимента /3/, /4/ по взаимодействию мощного излучения с плазмой. Нередко в реальных условиях эксперимента /5/, /6/ исследуется магнитоактивная плазма. В данной работе рассматривается параметрическое возбуждение непотенциальных (быстрых магнитозвуковых) волн, существование которых связано /7/ с внешним постоянным однородным магнитным полем \vec{B} . При этом учитывается /8/ конечность длины волны ($k_0 \neq 0$) поперечного поля накачки ($\vec{k}_0 \vec{E} = 0$)

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E} \cos(\omega_0 t - \vec{k}_0 \vec{r}) \quad (I)$$

с частотой $\omega_0 = ck_0$ и волновым вектором \vec{k}_0 . Полученные здесь результаты дополняют найденные ранее /9/, /10/ относительно параметрической раскачки потенциальных колебаний магнитоактивной плазмы высокочастотным полем конечной длины волны.

Дисперсионное уравнение, связывающее частоту ω и волновой вектор \vec{k} быстрых магнитозвуковых волн (БМВ) /7/ холодной магнитоактивной плазмы с частотами столкновений $\nu_{e,i}$ электронов и ионов с нейтральными частицами в поле накачки (I), имеет вид (см. /II/, формула (2.20)):

$$\begin{aligned} & \left[(1 + v_A^2/c^2 + i\nu_i/\omega + i\nu_e \omega_{Li}^2/\omega \omega_{Le}^2) \omega^2 - k^2 v_A^2 \right] \times \\ & \times (c^2 k^2 + 2c^2 \vec{k} \vec{k}_0 - 2\omega \omega_0 - i\nu_e \omega_{Le}^2/\omega_0) (c^2 k^2 - 2c^2 \vec{k} \vec{k}_0 + 2\omega \omega_0 - \\ & - i\nu_e \omega_{Le}^2/\omega_0) = 2^{-1} \omega_{Li}^2 c^2 k^4 \sin^2 \theta \left[(\vec{k} \vec{v}_E)^2 k_0^{-2} - v_E^2 \right] \times \\ & \times \left[1 + \omega_{Le}^2 \omega_{Li}^{-2} \operatorname{ctg}^2 \theta (1 + v_A^2/c^2 + i\nu_i/\omega + i\nu_e \omega_{Li}^2/\omega \omega_{Le}^2 - k^2 v_A^2/\omega^2) \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\omega_{Le} = (4\pi e^2 N_e / m)^{1/2}$, $\omega_{Li} = (4\pi e_i^2 N_i / M)^{1/2}$ - ленгмюровские частоты электронов и ионов с зарядами e , e_i и массами m , M соответственно (N_e и N_i - число электронов и ионов в единице объема); θ - угол между волновым вектором \vec{k} и постоянным магнитным полем \vec{B} ; $v_A = B(4\pi N_i M)^{-1/2}$ - альфвеновская скорость. Уравнение (2) получено в предположениях, что частота ω_0 накачки (I) больше электронной ленгмюровской ω_{Le} и гироскопической $\Omega_e = eB/mc$ частот: $\omega_0 > \omega_{Le}$, Ω_e , а частота возмущений плазмы ω не превышает ионной гироскопической частоты $\omega < \Omega_i = e_i B / Mc$; поле накачки (I) таково, что амплитуда осцилляций электрона мала в сравнении с длиной волны БМВ $k \vec{v}_E \equiv k e \vec{E} / m \omega_0 \ll \omega_0$. В квадратных скобках правой части уравнения (2) содержится слагаемое

$$\omega_{Le}^2 \omega_{Li}^{-2} \text{ctg}^2 \theta (1 + v_A^2 / c^2 + i v_i / \omega + i v_e \omega_{Li}^2 / \omega \omega_{Le}^2 - k^2 v_A^2 / \omega^2),$$

учитывающее вклад тензора v_{ij} (см. /II/, § 2) в дисперсионное уравнение (2). Видно, что в дисперсионном уравнении (2) не возникает обычной /8/, /10/ компенсации вклада электронов, которая имела место при получении дисперсионных соотношений для потенциальных возмущений плазмы.

В отсутствие волны накачки (I) ($E = 0$) решение уравнения (2) приводит к известному выражению для спектра БМВ

$$\omega^2 = k^2 v_A^2 / (1 + v_A^2 / c^2). \quad (3)$$

При этом ($E = 0$) БМВ слабо затухает с декрементом, равным $v_i / 2 + v_e \omega_{Li}^2 / 2 \omega_{Le}^2$. Пусть теперь длины волны накачки (I) с конечной напряженностью поля $E \neq 0$ и БМВ (3) связаны условием резонанса

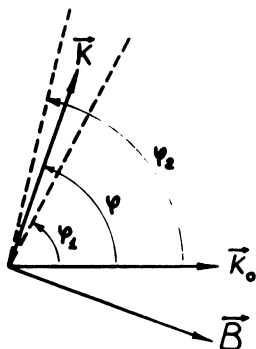
$$c^2 k^2 = 2c^2 k \vec{k}_0 - 2\omega \omega_0. \quad (4)$$

Это равенство (4) необходимо для неустойчивости БМВ (в рамках дисперсионного уравнения (2)). Оно выполнено ($k^2 \approx 2k \vec{k}_0$) в достаточно плотной плазме ($v_A < c$) и вместе с неравенствами $\omega = kv_A < \Omega_i$ и $c^2 k \vec{k}_0 > \omega_0 \omega$ ограничивает направление распространения БМВ узким сектором, определяемым вращением вокруг вектора \vec{k}_0 треугольной области внутри пунктирных лучей рис. 1. Волновые векторы \vec{k} и \vec{k}_0 при этом почти перпендикулярны:

$\varphi = \mathbf{k} \wedge \mathbf{E}_0 = \pi/2$, а границы сектора (положение пунктирных лучей рис. 1) дается неравенством

$$\omega_{L1}/2\omega_0 > |\pi/2 - \varphi| > v_A/c, \quad (5)$$

из которого, в частности, возникает ограничение сверху на частоту ω_0 внешнего поля накачки ($\omega_0 < (\omega_{L1}^2/\Omega_1)$).



Р и с. 1. Взаимное расположение векторов \vec{k} , \vec{k}_0 , \vec{B} , при котором инкремент раскачки БМВ максимален (приближение слабой связи). Вектор \vec{E} поля накачки перпендикулярен плоскости чертежа, в которой лежат \vec{k} , \vec{k}_0 , \vec{B} . Пунктиром ограничен сектор допустимых (см. (4) - (5)) направлений распространения ($\varphi = \pi/2$) БМВ:

$$\varphi_1 = \pi/2 - (\omega_{L1}/2\omega_0), \quad \varphi_2 = \pi/2 - (v_A/c).$$

При превышении напряженностью электрического поля накачки (1) порогового значения E_{Π} (подчеркнем: $\cos\varphi > 0$)

$$E_{\text{пор}}^2 = \sqrt{2} E_0 \sqrt{v_A} \sqrt{v_e} \omega_{Le}^{-2} (v_1 + v_e \omega_{L1}^2 / \omega_{Le}^2) / (\sin^2 \theta \cos \varphi) \quad (6)$$

БМВ на частоте (3) ($\omega = kv_A$) становится параметрически неустойчивой. Такое выражение (6) для порогового поля возникает с учетом $\omega = kv_A + i\gamma$ ($\gamma \ll \omega$, слабая связь волны накачки и БМВ) из дисперсионного уравнения (2) относительно инкремента раскачки γ (при $\gamma = 0$)

$$\begin{aligned} \gamma^2 + \frac{1}{2}(v_1 + v_e \omega_{L1}^2 / \omega_{Le}^2) \gamma + \frac{1}{2} v_e (v_1 + v_e \omega_{L1}^2 / \omega_{Le}^2) (\omega_{Le}^2 / \omega_0^2) = \\ = \frac{1}{16} (\omega_{L1}^2 kv_E^2 / \omega_0 v_A) \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

В околопороговой области $E \gg E_{\Pi}$ инкремент параметрического возбуждения БМВ обратно пропорционален напряженности постоянного магнитного поля ($\gamma \sim E^{-1}$)

$$\gamma = \frac{1}{16} (kv_{L1}^2 / \omega_0 v_A) (v_1 + v_e \omega_{L1}^2 / \omega_{Le}^2)^{-1} (v_E^2 - v_{E\Pi}^2) \sin^2 \theta. \quad (8)$$

В формулах (6)–(8) учтено $v_E^2 > (\vec{k}\vec{v}_E)^2 k_0^{-2}$. Подробный анализ с удержанием более полного выражения $[v_E^2 - (\vec{k}\vec{v}_E)^2 k_0^{-2}]$ (см. правую часть (2)) показывает, что инкремент γ (см. (8) и ниже (10)) достигает максимума при взаимно ортогональных векторах \vec{k} , \vec{B} , \vec{E} :

$$\gamma = \frac{1}{16} (k \omega_{Li}^2 v_E^2 / \omega_0 v_A) (v_1 + v_e \omega_{Li}^2 / \omega_{Le}^2)^{-1} - v_e \omega_{Le}^2 / 2\omega_0^2. \quad (9)$$

Таким образом, в приближении слабой связи оптимальные условия для раскачки БМВ достигаются, когда вектор \vec{k} лежит в плоскости векторов \vec{k}_0 , \vec{B} , пересекающей описанный выше сектор (см. рис. 1).

Вдали над порогом $E \gg E_{\Pi}$ из уравнения (7) имеем ($\gamma \sim E^{-1/2}$)

$$\gamma = \frac{1}{4} \omega_{Li} |v_E| (k / \omega_0 v_A)^{1/2} |\sin\theta|. \quad (10)$$

При дальнейшем увеличении поля E , достигающего критического значения

$$E_{\text{кр}}^2 = 32\pi N_e m v_A^3 (k \omega_0^3 / \omega_{Le}^2 \omega_{Li}^2) / [\sin^2\theta + (\omega_{Le}^2 / \omega_{Li}^2) \cos^2\theta],$$

инкремент раскачки γ сравнивается с частотой ω ($\gamma \sim \omega$, сильная связь волны накачки и БМВ). В надкритических полях $E > E_{\text{кр}}$ неустойчивое решение дисперсионного уравнения (2) в случае строгого резонанса $k^2 = 2\vec{k}\vec{k}_0$ не зависит от напряженности магнитного поля (ср. /8/)

$$\omega = \frac{1}{4} (1 + i\sqrt{3}) (k^2 \omega_{Li}^2 v_E^2 / \omega_0)^{1/3} [\sin^2\theta + (\omega_{Le}^2 / \omega_{Li}^2) \cos^2\theta]^{1/3}$$

Подводя итог, подчеркнем, что в отличие от параметрического возбуждения потенциальных колебаний магнитоактивной плазмы /9/, /10/, когда максимумы инкрементов достигались при параллельном распространении волны накачки (I) и плазменных резонансов ($[\vec{k}\vec{k}_0] = 0$, $k = 2k_0$), раскачка БМВ возможна лишь при почти ортогональных волновых векторах \vec{k} и \vec{k}_0 . Рассмотренный здесь вариант раскачки БМВ отличается от изученного ранее в литературе /12/ (в /12/ $\vec{k}_0 = 0$, $\omega_0 \ll \Omega_e$; здесь $\vec{k}_0 \neq 0$, $\omega_0 \gg \Omega_e$, ω_{Le}). При высокой плотности энергии БМВ следует иметь в виду ее распад на потенциальные колебания /13/, идущий в условиях, близких к оптимальным для параметрической раскачки БМВ.

Благодарим В. П. Силина за руководство, поддержку в работе и критическое замечание.

Поступила в редакцию
3 января 1972 г.

Л и т е р а т у р а

1. Ю. М. Алиев, В. П. Силин. ЖЭТФ, 48, 901 (1965).
2. В. П. Силин. ЖЭТФ, 48, 1679 (1965).
3. И. Р. Геккер, О. В. Сизухин. Письма в ЖЭТФ, 9, 408 (1969).
4. К. Ф. Сергейчев, В. Е. Трофимов. Письма в ЖЭТФ, 13, 236 (1971).
5. Г. М. Батанов, К. А. Сарксян. Письма в ЖЭТФ, 13, 539 (1971).
6. W. F. Utlaut. J. Geophys. Res., Space Physics, 75, 6402 (1970).
7. В. П. Силин, А. А. Рухадзе. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. Москва, Атомиздат, 1961 г.
8. Л. М. Горбунов. ЖЭТФ, 55, 2298 (1968).
9. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов. ЖЭТФ, 62, 253 (1972).
10. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов. ЖТФ, (в печати) (1972).
11. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов. Препринт ФИАН № 16, 1972 г.
12. Н. Е. Андреев. ЖТФ, 39, 1560 (1969).
13. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 9, 3 (1970).