Краткие сообщения по физике № 4 апрель 1972

# К ТЕОРИИ ДИФФУЗИИ ТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНОВ В СРЕДЕ СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

К. Д. Илиева, А. В. Степанов

Исследования прохождения медленных нейтронов через неоднородные среды представляют как чисто научный интерес, так и имеют большую практическую ценность. Этому вопросу посвящено значительное число работ (подробную библиографию можно найти в монографиях /I,2/ и работе /3/). Одним из авторов /3,4/ ранее был развит метод описания прохождения нейтронов через гетерогенные среды в терминах среднего потока (макроскопического потока), для которого было выведено интегральное уравнение. Влияние гетерогенности среды учитывалось включением эффективной добавки M в ядро кинетического уравнения. Для оператора M было получено выражение в виде ряда последовательных приближений, который быстро сходится в случае малых осцилляций нейтронного потока. Такая ситуация реализуется при малых перепадах диффузионных характеристик от одной компоненты среды к другой или же при тесно расположенных неоднородностях (примесях). В последнем случае амплитуды флуктуаций поперечных сечений могут быть значительными.

В случае редко расставленных примесей при больших амплитудах флуктуаций диффузионных параметров ряд теории возмущений для M сходится плохо. Формальной причиной медленной сходимости этого разложения является приближенный характер учета влияния отдельной примеси (блока) на функцию распределения нейтронов.

В настоящей работе мы рассмотрим диффузию тепловых нейтронов[ж)] в среде с редко расставленными случайно расположенными при-

---

ж) Тепловые нейтроны мы описываем как одну моноэнергетическую группу.

месями (плотность примесей $c = Nv_{бл}/V \ll 1$, $N$ - число примесей в объеме $V$ среды, $V_{бл}$ - объем каждой примеси; их для простоты будем полагать одинаковыми). При этом мы будем предполагать, что известен результат точного рассмотрения влияния отдельного блока на распределение нейтронов в диффузионной среде, а приближенный характер теория принимает, когда мы описываем коллективное действие большого числа примесей. Задача об учете влияния отдельной примеси является относительно простой, и ее адекватное решение можно найти в ряде практически интересных случаев /5–8/.

Наличие примесных блоков в диффузионной среде приводит к возмущению нейтронного потока $G(x|y)$ по сравнению со случаем однородного замедлителя, т.е.

$$G(x|y) = G_0(x|y) + \int dx' \int dx'' G_0(x|x') \sum_{n=1}^{N} \hat{Q}_n(x'|x'') G_0(x''|y). \quad (1)$$

Здесь $G_0(x|y)$ - распределение нейтронов в однородной среде;*) операторы $Q_n$ определены с помощью следующего соотношения:

$$\sum_{n=1}^{N} \int \hat{Q}_n(x|x') G_0(x'|y) dx' = - \sum_{n=1}^{N} \hat{\mu}_n(x) G(x|y), \quad (2)$$

где $\hat{\mu}_n$ учитывает изменение диффузионных характеристик среды при внедрении $n$- примеси. $\{x\}$ - полная совокупность переменных задачи, $\{y\}$ - переменные источника нейтронов.

Очевидно, что усреднение по конфигурациям примесей при вычислении макроскопического потока $\langle G(x|y) \rangle$ затрагивает в формуле (1) лишь выражение $\sum_{n=1}^{N} \hat{Q}_n(x'|x'')$, т.е.

$$\langle G(x|y) \rangle = G_0(x|y) + \int dx' \int dx'' G_0(x|x') \left\langle \sum_{n=1}^{N} \hat{Q}_n(x'|x'') \right\rangle G_0(x''|y). \quad (3)$$

Символ $\langle \ldots \rangle$ означает усреднение относительно закона распределения диффузионных характеристик в среде. Воспользовавшись

---

*) $G$ - функция Грина кинетического уравнения.

формальной аналогией между данной задачей и известной теорией многократного рассеяния /9/, нетрудно показать, что для операторов $\hat{Q}_n$ справедливо следующее уравнение:

$$\hat{Q}_n(x|y) = \hat{t}_n(x|y) + \int dx' \int dx'' \hat{t}_n(x|x') \sum_{m\neq n} G_o(x'|x'')\hat{Q}_m(x''|y), \quad (4)$$

где $\hat{t}_n(x|y)$ – оператор, описывающий возмущение нейтронного поля отдельным ($n$-ым) блоком при падении на него невозмущенного потока.

Усредним обе части этого уравнения, полагая, что корреляция в расположении отдельных примесей отсутствует (среда с хаотически распределенными блоками). В результате получим ($N\gg 1$)

$$<\hat{Q}(x|y)> = <t(x|y)> + N\iint dx'dx'' <\hat{t}(x|x')> G_o(x'|x'') <\hat{Q}(x''|y)>. \quad (5)$$

Здесь $<\hat{t}(x|y)> \equiv <\hat{t}_n(x|y)>$ и $<\hat{Q}(x|y)> \equiv <\hat{Q}_n(x|y)>$.

Это уравнение в диффузионном приближении, когда $\{x\} \equiv \vec{r}$, $<\hat{Q}(x|y)> \equiv \hat{Q}(\vec{r}-\vec{r}_o)$, $<\hat{t}(x|y)> \equiv \hat{t}(\vec{r}-\vec{r}_o)$, принимает простой вид

$$\hat{Q}(\vec{r}-\vec{r}_o) = t(\vec{r}-\vec{r}_o) + N\int d\vec{r}' \int d\vec{r}''\hat{t}(\vec{r}-\vec{r}')G_o(\vec{r}'-\vec{r}'')\hat{Q}(\vec{r}''-\vec{r}_o). \quad (6)$$

Его решение удобно искать с помощью преобразования Фурье относительно $\vec{r}-\vec{r}_o$. Для Фурье-компоненты

$$q(\vec{p}) = \int d(\vec{r}-\vec{r}_o)\exp\left[i\vec{p}(\vec{r}-\vec{r}_o)\right]\hat{Q}(\vec{r}-\vec{r}_o)$$

в результате имеем следующее выражение

$$q(\vec{p}) = \frac{\tau(\vec{p})}{1 - N\tau(\vec{p})g_o(\vec{p})}, \quad (7)$$

где

$$\tau(\vec{p}) = \int d(\vec{r}-\vec{r}_o)\exp\left[i\vec{p}(\vec{r}-\vec{r}_o)\right]\hat{t}(\vec{r}-\vec{r}_o)$$

и (8)

$$g_o(\vec{p}) = \int d(\vec{r}-\vec{r}_o)\exp\left[i\vec{p}(\vec{r}-\vec{r}_o)\right]G_o(\vec{r}-\vec{r}_o).$$

Подставляя выражение для $q(\vec{p})$ (7) в преобразованную по Фурье формулу (3), найдем окончательное выражение для функции

$$<g(\vec{p})> = \int d(\vec{r} - \vec{r}_o)\exp\left[i\vec{p}(\vec{r} - \vec{r}_o)\right] <G(\vec{r} - \vec{r}_o)>$$

$$<g(\vec{p})> = \frac{1}{g_o^{-1}(\vec{p}) - N\tau(\vec{p})}. \tag{9}$$

Значения постоянной затухания макроскопического потока в пространстве определяются положением полюсов функции Грина $<g(\vec{p})>$ в плоскости комплексного переменного $p$, т.е. являются корнями уравнения

$$p^2 + \varkappa^2_{зам} - N\tau(\vec{p}) = 0, \tag{10}$$

где $\varkappa^{-1}_{зам}$ - длина диффузии в чистом замедлителе. Для величины можно получить аналитическое выражение в приближении блоков малого размера, т.е. когда возмущение носит $\delta$-образный характер и $\hat{\mu}_n(r) = \hat{a}\delta(r - r_n)$. В этом случае, пренебрегая для простоты взаимным влиянием флуктуаций сечения поглощения и коэффициента диффузии, можно показать, что /10/

$$\tau(p) = -\left[t_a + p^2 t_d\right], \tag{11}$$

где

$$t_a = \frac{\nu_o}{1 + \nu_o G_o(a)} \frac{1}{V},$$

$$t_d = \frac{\eta_o}{V} \frac{1}{1 + \frac{s\eta_o}{v_{бл}}}, \tag{12}$$

$$\nu_o = \frac{\Sigma_{a\,бл} - \Sigma_{a\,зам}}{D_{зам}} v_{бл}, \qquad \eta_o = \frac{D_{бл} - D_{зам}}{D_{зам}} v_{бл}.$$

Здесь $\Sigma_{a\,бл}$ и $\Sigma_{a\,зам}$ - соответственно поперечные сечения поглощения в блоке (примеси) и замедлителе, а $D_{бл}$ и $D_{зам}$ - коэффициенты диффузии нейтронов в примеси и замедлителе; $G_o(a) \equiv G_o(\vec{r}_j|\vec{r}_j)$ - значение функции $G_o(\vec{r}|\vec{r}_j)$ на поверхности $j$-го блока, $a$ - "радиус" блока,

$$S = \begin{cases} 1/3 & \text{изотропная среда,} \\ 1/2 & \text{среда с осевой симметрией (поперечная диффузия),} \\ 1 & \text{плоская геометрия (поперечная диффузия),} \\ 0 & \text{(продольная диффузия).} \end{cases} \qquad (13)$$

Принимая во внимание выражения (II) - (I3), запишем окончательный вид уравнения дисперсии (I0)

$$p^2 D_{эфф} + \Sigma_{a\,эфф} = 0, \qquad (14)$$

где

$$\Sigma_{a\,эфф} = \Sigma_{a\,зам}\left[1 + c\,\frac{\Sigma_{a\,бл} - \Sigma_{a\,зам}}{\Sigma_{a\,зам}} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{\Sigma_{a\,бл} - \Sigma_{a\,зам}}{D_{зам}}\, v_{бл} G_0(a)}\right] \qquad (15)$$

и

$$D_{эфф} = D_{зам}\left[1 + c\,\frac{D_{бл} - D_{зам}}{D_{зам}}\,\frac{1}{1 + \dfrac{D_{бл} - D_{зам}}{D_{зам}}\, S}\right]. \qquad (16)$$

Формулы (I4) - (I6) определяют эффективную длину диффузии тепловых нейтронов в среде с хаотически расположенными примесями (концентрация примесей $c \ll 1$).

В заключение авторы выражают глубокую признательность М. В. Казарновскому за полезные обсуждения.

Поступила в редакцию
20 января 1972 г.

## Литература

1. И. С. Григорьев. В. М. Новиков. Диффузия нейтронов в гетерогенных средах. М., Атомиздат, 1966 г.
2. А. Д. Галанин. Теория гетерогенного реактора. М., Атомиздат, 1971 г.
3. А. В. Степанов. Макроскопическая теория переноса нейтронов в гетерогенных средах. Докторская диссертация. М., ФИАН, 1971 г.
4. А. В. Степанов, Kernenergie, 11, 125, (1968); 11, 148 (1968).
5. Н. И. Лалетин. В кн. Вопросы физики защиты реакторов, под ред. Д. Л. Бродера и др. стр. 119, М., Атомиздат, 1963 г.
6. А. Д. Галанин. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М., Атомиздат, 1959 г.
7. Г. Я. Румянцев, В. С. Дмитриева. Атомная энергия, 25, 515 (1968).
8. А. В. Степанов. Труды ФИАН, 53, 167 (1971).
9. М. Гольдбергер, К. Ватсон. Теория столкновений, М., Мир, 1967 г.
10. К. Д. Илиева, А. В. Степанов. Препринт ИЯИ (в печати), 1972 г.