Краткие сообщения по физике № 5 май 1972

КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В АТОМАРНОЙ КИНЕТИКЕ

С. А. Решетняк, Л. А. Шелепин

Получение функции распределения заселенностей дискретных уровней атомарной плазмы имеет большое значение в задачах ионизации, рекомбинации, излучения плазмы, в теории ОКГ. В неравновесных условиях заселенности можно характеризовать квазистационарными распределениями, имеющими некоторые общие черты с распределением Тринора /I/ и его обобщениями в молекулярной кинетике /2,3/. Для получения таких распределений численные методы решения уравнений баланса /4,5,6/ неудовлетворительны в силу громоздкости, а методика броуновского движения в пространстве энергий /7,8/, будучи удовлетворительной для верхних уровней, не точна для нижних.

В данной работе получено аналитическое решение кинетических уравнений релаксации водородной плазмы, а при определенных упрощающих предположениях - любой атомарной плазмы. Это решение основано на разложении распределения в ряд по временным производным заселенности основного состояния. В принципе может быть аналитически вычислено любое приближение, однако в большинстве практически интересных случаев достаточно первого приближения.

Из элементарных процессов столкновений учитывались только соударения I-го и 2-го рода атомов с электронами и не принимались во внимание другие маловероятные процессы. Кроме того плазма считалась оптически тонкой и пространственно однородной. Эти допущения позволили записать систему уравнений для заселенностей дискретных уровней N_n водородной плазмы в одноквантовом приближении вначале без учета радиационного распада уровней следующим образом:

$$\frac{dN_n}{dt} = - V(n,n+1)N_nN_e + V(n+1,n)N_{n+1}N_e - V(n,n-1)N_nN_e + V(n-1,n)N_{n-1}N_e. \qquad (I)$$

Здесь N_e – электронная плотность, V – вероятности соударений I-го и 2-го рода электронов с атомами, усредненные по максвелловскому распределению электронов.

Для решения системы (I) была произведена замена переменных: $\tau = \int_0^t N_e(t')dt'$ и $\frac{d\tau}{dt} = N_e$. Легко показать, что заселенность m-го уровня может быть представлена в виде

$$N_m = \sum_{i=1}^{m-1} \alpha_m^i N_1^{(i)}, \qquad (2)$$

где α_m^i – некоторые постоянные величины, а $N_1^{(i)} = d^{(i)}N_1/d\tau^i$. Подставляя (2) в (I) и используя принцип детального равновесия для прямых и обратных процессов, находили рекуррентные соотношения

$$\alpha_n^i = \sum_{m=i+1}^{n} \frac{n^2}{m^2}\frac{e^{-E_{n,m}/T_e}}{V(m,m-1)} \sum_{k=i}^{m-1} \alpha_k^{i-1},$$
$$\alpha_k^{\circ} = k^2 \exp(-E_{k,1}/T_e), \quad E_{n,m} = E_n - E_m, \ i = 1,2,\ldots \qquad (3)$$

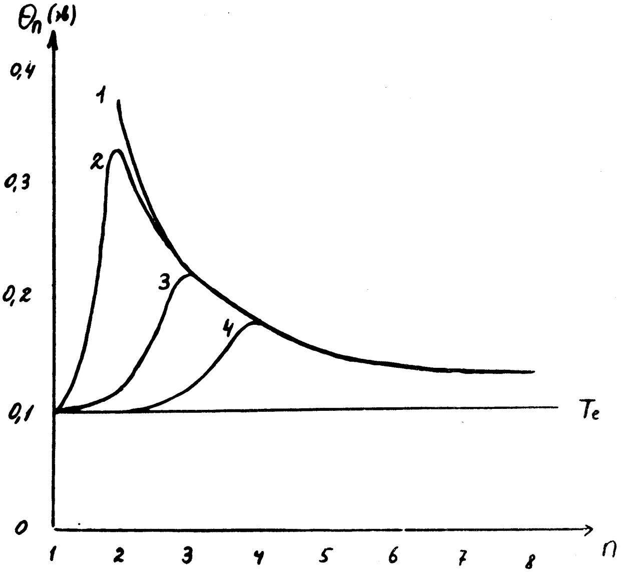
Решение (2) описывает процесс релаксации к больцмановскому распределению с температурой электронов T_e. Отклонение от больцмановского распределения дается членами с первой, второй и т.д. производными заселенности основного состояния атомов. Однако при рассмотрении "временного хвоста" релаксации можно ограничиться только членами с первой производной.

В этом приближении рассматривалась рекомбинация плазмы, степень ионизации которой превышает равновесную, соответствующую температуре свободных электронов $T_e = 0{,}05 \div 0{,}5$ эв. В работе были получены выражения для температур θ_n между соседними уровнями n и $(n+1)$.

$$\theta_n = \frac{T_e}{1 + \dfrac{T_e}{E_{n+1,n}} \ln \dfrac{1 + æ\beta_n^1}{1 + æ\beta_{n+1}^1}}, \qquad (4)$$

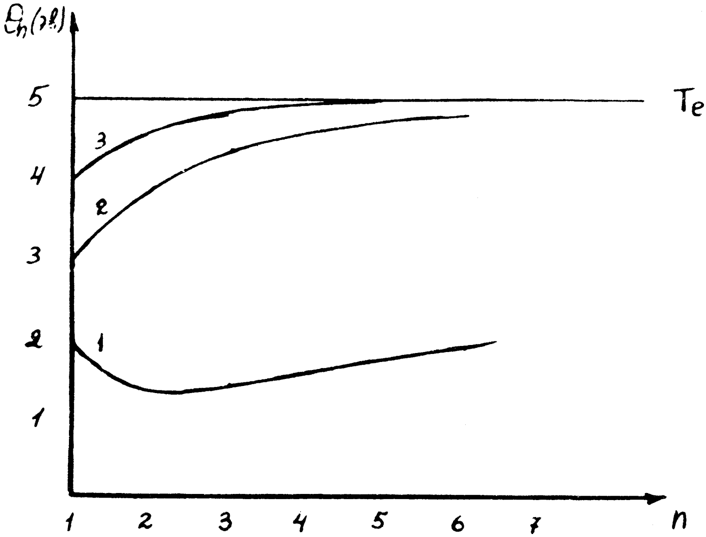
$$\varkappa(\tau) = \frac{N_1^{(1)}}{N_1} = 4V(2,1)\left[\exp(-E_{2,1}/\Theta_1) - \exp(-E_{2,1}/T_e)\right], \quad \beta_n^1 = \frac{\alpha_n^1}{\alpha_n^\circ}. \tag{4}$$

Поскольку при рекомбинации заселенность нижнего уровня растет со временем, то параметр $\varkappa$ положителен и стремится к нулю при $\tau \to \infty$. Результаты расчета по формуле (4) при фиксированном $T_e = 0{,}1$ эв и различных значениях параметра $\varkappa$ приведены в виде графиков на рис. I. Вероятности соударений I-го и 2-го рода атомов с электронами брались из выражений, основанных на формуле Бете (см. /6/). Первая кривая на этом рисунке соответствует приближению "стационарного стока", так как характер распределения не зависит от значений $\varkappa > 6{,}7 \cdot 10^{-52}$ $(\Theta_1 > 0.102)$. Вторая, третья и четвертая кривые со значениями $\varkappa = 1{,}1 \cdot 10^{-52}, 10^{-57}, 10^{-59}$ соответственно показывают, через какую последовательность неравновесных распределений происходит процесс рекомбинации в плазме.



Р и с. I. Квазистационарные распределения температур по уровням рекомбинирующей водородной плазмы.

В задаче об ионизации с T_e = 5÷10 эв в формуле (4) параметр $\varkappa$, наоборот, надо считать величиной отрицательной. На рис. 2 приведены результаты расчета неравновесных распределений в слу-



Р и с. 2. Распределения температур по уровням в задаче ионизации водородной плазмы.

чае ионизации плазмы при T_e = 5 эв и различных значениях θ_1 (или $\varkappa$). Вначале, когда T_e сильно отличается от θ_1, ионизация идет довольно интенсивно. На этой стадии ионизации существенной оказывается роль многоквантовых переходов на верхних уровнях, поэтому первая кривая (θ_1 = 2 эв) имеет недостаточный загиб к T_e. Начиная с момента, когда отличие T_e от θ_1 становится незначительным, заселенности определяются главным образом заселенностью соседнего нижнего уровня (ступенчатая ионизация). Характер релаксации распределения к равновесному состоянию на этой стадии отображен второй (θ_1 = 3 эв) и третьей (θ_1 = 4 эв) кривой.

Полученное распределение (4) сшивалось с распределением Саха для верхних уровней. Эта процедура, а также соотношение нормировки позволили найти условие пренебрежения членами со второй производной, качественные временные зависимости $N_e(t)$, $N_1(t)$ и те допустимые значения параметра $æ$, при которых можно рассматривать процессы релаксации.

В расчетах везде принималось $n_o = 9$. Однако следует отметить, что характер распределения практически не зависит от значений $n_o > 9$.

При учете радиационного распада уровней в правой части кинетических уравнений (I) добавлялись два слагаемых, представляющие собой радиационные потоки с $(n+1)$-го уровня на рассматриваемый уровень n и поток с уровня n на все нижележащие. В случае "стационарного стока" /4/, когда N_e практически остается постоянной, или в квазистационарном случае, когда N_e меняется медленно, радиационный распад удается включить в общую схему решений системы (I) и получить рекуррентные соотношения для коэффициентов α_m^i

$$W(m+1,m)\alpha^i_{m+1} = V(m+1,m)\alpha^i_m + \sum_{n=i}^{m} \alpha_n^{i-1} + \frac{1}{N_e}\sum_{n=i}^{m} A(n)\alpha^i_{n+1},$$

$$\alpha_1^o = 1,$$

$$W(m+1,m) = V(m+1,m) + \frac{1}{N_e} A(m+1,m), \qquad (5)$$

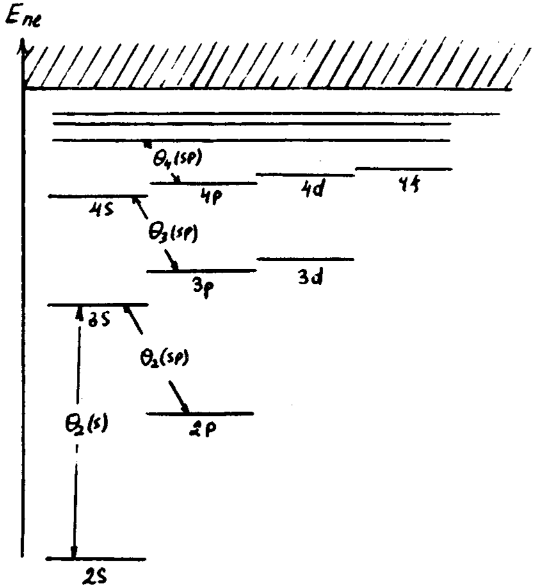
где $A(n,m)$ – вероятность радиационного спонтанного перехода с уровня n на уровень m, а $A(n) = \sum_{m=1}^{n-1} A(n,m)$. При этом формула для температур приобретает вид

$$\theta_n = \frac{E_{n+1,n}}{\ln\left[\frac{(n+1)^2}{n^2}\,\frac{\alpha_n^o + \alpha_n^1 æ}{\alpha^o_{n+1} + \alpha^1_{n+1}æ}\right]}, \qquad (6)$$

$$æ = 4W(2,1)\left[\exp(-E_{2,1}/\theta_1) - \frac{V(2,1)}{W(2,1)}\exp(-E_{2,1}/T_e)\right].$$

Если электронная плотность меняется быстро, то радиационный распад можно учитывать методом последовательных приближений, в котором на первом шаге в этих формулах нужно полагать N_e зависящим от времени.

В отличие от водорода структура дискретных уровней произвольных атомов имеет довольно сложный характер. Например, в случае атома лития уровень с главным квантовым числом n расщепля-



Р и с. 3. Схема уровней атома лития.

ется на подуровни с разными значениями орбитального числа l (см. рис. 3). Уравнения баланса, учитывающие неупругие столкновения атомов с электронами, имеют вид

$$\frac{dN_{nl}}{dt} = - N_e N_{nl} \sum_{n'l' \neq nl} V(nl,n'l') + \sum_{n'l' \neq nl} V(n'l',nl) N_{n'l'} N_e . \tag{7}$$

При решении (7) также делался переход к новой переменной τ. Далее, вводя предположение о больцмановском распределении по l и учитывая переходы с $\Delta n = 0, \pm 1$ и $\Delta l = \pm 1$, уравнения сводились к аналогичным уравнениям "задачи водорода" для заселенностей s-состояний. Решение этих уравнений искалось в виде ряда

$$N_{ns} = \sum_{i=0}^{n-2} \alpha_n^i N_{2s}^{(i)}, \quad n = 2,3,\ldots \tag{8}$$

Для коэффициентов α_n^i возникали рекуррентные соотношения, из которых легко получить

$$\beta_m^1 = \frac{\alpha_m^1}{\alpha_m^\circ} = \sum_{n=2}^{m-1} \frac{1}{V(ns, n+1\,p)} \left[1 + \sum_{k=3}^{n} \prod_{q=k}^{n} \frac{V(q\,s,\, q-1\,p)}{V(q-1\,s,\, q\,p)}\right],$$

$$m = 3,4,\ldots \tag{9}$$

Параметром, определяющим кинетику рекомбинации и ионизации, будет в этом случае температура $\theta_2(s)$ между уровнями $2s$ и $3s$. Наконец, выпишем формулу для температур между уровнями $(n+1)s$ и np

$$\theta_n(sp) = \frac{E_{n+1,n}(s) - \Delta E_p(n)}{\dfrac{E_{n+1,n}(s) - \Delta E_p(n)}{T_e} - \ln \dfrac{1 + \beta_{n+1}^1 æ}{1 + \beta_n^1 æ}},$$

$$æ = \frac{N_{2s}^{(1)}}{N_{2s}} = V(2s,3p)\left\{\exp\left[E_{3,2}(s)\left(\frac{1}{T_e} - \frac{1}{\theta_2(s)}\right)\right] - 1\right\},$$

$$E_{n+1,n}(s) = E_{n+1s} - E_{ns}, \qquad \Delta E_p(n) = E_{np} - E_{ns}. \tag{10}$$

Благодаря разветвлению релаксационного потока при рекомбинации плазмы ($æ > 0$) может возникнуть инверсная заселенность для $(n+1)s - np$ переходов. Условие инверсности может быть легко получено из формул (10).

Результаты расчета населенностей в Li по указанным формулам находятся в хорошем соответствии с численным расчетом /9/ для релаксации в плотной литиевой плазме, а также в качественном согласии с результатами /10/ для атома гелия и /11/ для атома аргона.

Авторы выражают свою благодарность Б. Ф. Гордиецу за полезное обсуждение работы.

Поступила в редакцию
3 февраля 1972 г.

Литература

1. C. E. Treanor, J. W. Rich, R. G. Rehm. J. Chem. Phys., 48, 1798 (1968).
2. Б. Ф. Гордиец, А. И. Осипов, Л. А. Шелепин. ЖЭТФ, 59, 615 (1970); ЖЭТФ, 60, 102 (1971).
3. Н. Г. Басов, В. И. Игошин, Е. П. Маркин, А. Н. Ораевский. Квантовая электроника, 2, 3 (1971).
4. D. R. Bates, A. E. Kingston, R. W. P. Mc Whirter. Proc. Roy. Soc., A 267, 297 (1962).
5. D. R. Bates, A. E. Kingston. Planet. and Space Sci., 11, 1 (1963).
6. Б. Ф. Гордиец, Л. И. Гудзенко, Л. А. Шелепин. ПМТФ, № 6, 115 (1968); JQSRT, 8, 791 (1968).
7. А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский. ЖЭТФ, 46, 281 (1964).
8. Л. М. Биберман, В. С. Воробьев, И. Т. Якубов. ЖЭТФ, 56, 1992 (1969); ТВТ, 5, 201 (1967).
9. Б. Ф. Гордиец, Л. И. Гудзенко, Л. А. Шелепин. ЖЭТФ, 55, 942 (1968).
10. L. C. Jonson. Phys. Rev., 155, 64 (1967).
11. Б. Ф. Гордиец, И. А. Дымова, Л. А. Шелепин, ЖПС, 15, 205 (1971).