К ТЕОРИИ ДИФФУЗИИ ТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНОВ В СРЕДЕ СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ II

К. Д. Илиева, А. В. Степанов

В предыдущей работе авторов /I/ было получено выражение для среднего потока в диффузионной среде с хаотически распределенными примесями. Анализ этого выражения позволяет записать формулы для эффективного коэффициента диффузии и эффективного поглощения нейтронов в такой среде. В работе /I/ подробное рассмотрение было ограничено рамками односкоростного приближения. В настоящей заметке мы получим выражение для макроскопического (среднего) потока нейтронов в системе с поглощающими примесями (коэффициент диффузии и сечение неупругого рассеяния для простоты будем полагать постоянными во всем объеме диффузионной среды)*). При этом будем учитывать зависимость функции распределения нейтронов от энергии. Наконец, мы запишем уравнение для отыскания эффективной длины диффузии нейтронов в такой среде.

В диффузионном приближении фурье-образ усредненной функции Грина кинетического уравнения $\langle g(\vec{p}, E|E_0)\rangle$ имеет вид /I/

$$\langle g(\vec{p}, E|E_0)\rangle = g_0(\vec{p}, E|E_0) + N\int dE' \int dE'' g_0(\vec{p}, E|E') \times \times q(\vec{p}, E'|E'') g_0(\vec{p}, E''|E_0). \qquad (I)$$

N - число примесей в объеме замедлителя V. Фурье-образ вычислен относительно разности координат точки наблюдения r и источника r_0, т.е.

$$\langle g(\vec{p}, E|E_0)\rangle = \int d(\vec{r} - \vec{r}_0) \exp\left[i\vec{p}(\vec{r} - \vec{r}_0)\right] \langle G(\vec{r}E|\vec{r}_0E_0)\rangle . \qquad (2)$$

---

*) При сильнопоглощающих примесях основное влияние неоднородности среды обусловлено в осцилляциями сечения поглощения.

E - энергия нейтронов, E_0- энергия нейтронов от моноэнергетического источника; $g_0(\vec{p}, E|E_0)$ - фурье-образ функции Грина кинетического уравнения в чистом замедлителе.

В модели сепарабельного ядра рассеяния, когда $\sum_s (E' \to E)dE$ - - дифференциальное макроскопическое сечение рассеяния нейтронов с энергией E' в интервал энергий dE вблизи E имеет вид /2/

$$\sum_s (E' \longrightarrow E)dE = \frac{M_T(E)\sum_s^{\text{неупр}}(E)\sum_s^{\text{неупр}}(E')}{\left\langle \sum_s^{\text{неупр}}(E)\right\rangle_T} dE, \qquad (3)$$

можно получить аналитическое выражение для функции $g_0(\vec{p}, E|E_0)$

$$g_0(\vec{p}, E|E_0) =$$
$$= 4\pi\delta(E - E_0)W(\vec{p},E) + 4\pi\sum_s(E_0 \to E)W(\vec{p},E)V(\vec{p})W(\vec{p},E_0). \qquad (4)$$

Здесь были введены следующие обозначения:

$$W(\vec{p},E) = \left[D(E)p^2 + \sum_s^{\text{неупр}}(E) + \sum_a(E)\right]^{-1}, \qquad (5)$$

$$V(\vec{p}) = \left[1 - \frac{1}{4\pi}\int dE' \sum_s (E' \longrightarrow E')W(\vec{p},E')\right]^{-1}, \qquad (6)$$

$\sum_a(E)$ и $\sum_s^{\text{неупр}}(E)$, соответственно, макроскопические сечения поглощения и неупругого рассеяния в чистом замедлителе; $D(E)$ - коэффициент диффузии нейтронов в замедлителе. Символ $\langle\ldots\rangle_T$ означает усреднение по максвелловскому распределению $M_T(E) = \left[E/(kT)^2\right]\exp(-E/kT)$.

Величина $q(\vec{p}, E|E_0)$, выступающая в формуле (I), в случае системы с блоками (примесями) малого размера /I/ является решением интегрального уравнения

$$q(\vec{p}, E|E_0) =$$
$$= t(\vec{p}, E|E_0) - \frac{N}{V}\frac{\nu(E)}{1 + \nu(E)G_0(a,E)}\int dE' g_0(\vec{p}, E|E')q(\vec{p}, E'|E_0). \qquad (7)$$

Здесь

$$\nu(E) = \left|\sum_{a\,бл}(E) - \sum_{a}(E)\right| \frac{v_{бл}}{4\pi}, \qquad (8)$$

$\sum_{a\,бл}(E)$ – макроскопическое сечение поглощения нейтронов в блоке, $v_{бл}$ - объем блока,

$$t(\vec{p}, E|E') = -\frac{\nu(E)}{1+\nu(E)G_o(a,E)}\frac{1}{V}\delta(E-E'), \qquad (9)$$

$G_o(a,E)$ – функция Грина односкоростного диффузионного уравнения при $|\vec{r}-\vec{r}_o| = a$, a – размер блока. В случае сферической примеси радиуса a $G_o(a,E) = 1/D(E)a$.

При выводе выражения для t (9) из общих формул работы /I/ мы предположили, что a – размер поглощающего блока достаточно мал, так что изменением энергетического спектра нейтронов на длине $\sim a$ можно пренебречь. Это приближение справедливо при $a \ll \left[\sum_s^{неупр}(E)\right]^{-1}$.

Принимая во внимание выражения (4) – (6), заметим, что уравнение (7) является интегральным уравнением с сепарабельным ядром, и его решение может быть найдено в аналитической форме. Подставляя это решение (оно имеет довольно громоздкий вид, и мы его здесь не приводим) в выражение для макроскопического потока (I), получаем окончательно

$$\langle g(\vec{p}, E|E_o)\rangle = \frac{\delta(E-E_o)}{[4\pi W(\vec{p},E)]^{-1} + \frac{N}{V}\frac{\nu(E)}{1+\nu(E)G_o(a,E)}} +$$

$$+ 4\pi\sum_s(E_o \to E)\frac{W(\vec{p},E)}{1+\frac{N}{V}\frac{\nu(E)}{1+\nu(E)G_o(a,E)}4\pi W(\vec{p},E)} \times$$

$$\times \frac{1}{1+N\xi(\vec{p})}\frac{W(\vec{p},E_o)}{1+\frac{N}{V}\frac{\nu(E_o)}{1+\nu(E_o)G_o(a,E_o)}4\pi W(\vec{p},E_o)}. \qquad (10)$$

Здесь

$$1 + N\xi(\vec{p}) = 1 - \frac{1}{4\pi}\int dE'\sum_s(E' \to E') \times$$

$$\times \frac{1}{[4\pi W(\vec{p},E')]^{-1} + \frac{N}{V}\frac{\nu(E')}{1+\nu(E')G_o(a,E')}}. \qquad (11)$$

Определим эффективную длину диффузии как $|p_0|^{-1}$, где p_0 – положение полюса средней функции Грина $\langle g(\vec{p}, E|E_0)\rangle$ в плоскости комплексного переменного p. Очевидно, что p_0 является решением уравнения

$$1 + N\xi(p) = 0. \qquad (12)$$

В случае сильного поглощения нейтронов в сферическом блоке ($\nu(E)G_0(a,E) \gg 1$, a – радиус блока) это уравнение можно записать в следующем виде:

$$1 = \frac{1}{\left\langle \Sigma_s^{\text{неупр}}(E) \right\rangle_T} \int dE' M_T(E') \left[\Sigma_s^{\text{неупр}}(E')\right]^2 \times$$

$$\times \frac{1}{D(E')p^2 + \Sigma_s^{\text{неупр}}(E') + \Sigma_a(E') + \frac{4\pi N}{VaD(E')}}. \qquad (13)$$

Рассмотрим частный случай, когда $\Sigma_a(E) = \Sigma_{ao} E^{-1/2}$, $\Sigma_s^{\text{неупр}}(E) = \Sigma_{so} E^{-1/2}$ и $D(E) = D_0 E^{1/2}$. Тогда при $p \ll \Sigma_a(E) + \Sigma_s^{\text{неупр}}(E)$ (именно при этом условии диффузионное приближение имеет смысл) получаем

$$p_0 = \pm i \left[\frac{2}{3} \frac{\Sigma_{ao}}{\Sigma_{so}} \frac{\Sigma_a(kT) + \Sigma_s^{\text{неупр}}(kT)}{D(kT)} + \frac{4\pi N}{V} a \right]^{1/2}. \qquad (14)$$

Таким образом эффективная длина диффузии нейтронов в среде с поглощающими примесями определяется следующим выражением:

$$L_{\text{эфф}} = \left[\frac{2}{3} \frac{\Sigma_{ao}}{\Sigma_{so}} \frac{\Sigma_a(kT) + \Sigma_s^{\text{неупр}}(kT)}{D(kT)} + \frac{4\pi N}{V} a \right]^{-1/2} =$$

$$= L_0 \left[1 + \frac{4\pi N}{V} a L_0^2\right]^{-1/2} = L_0 \left[1 + 3\rho \left(\frac{L_0}{a}\right)^2\right]^{-1/2}, \qquad (15)$$

где $\rho = \frac{4\pi a^3}{3}\frac{N}{V}$ - объемная концентрация примесей, а $L_o =$

$$= \left[\frac{2}{3}\frac{\Sigma_{ao}}{\Sigma_{so}}\frac{\Sigma_a(kT) + \Sigma_s^{\text{неупр}}(kT)}{D(kT)}\right]^{-1/2}$$

- длина диффузии нейтронов в чистом замедлителе. При $\Sigma_{so} \gg \Sigma_{ao}$ отсюда нетрудно получить хорошо известное выражение $L_o = \sqrt{\frac{\langle D(E)\rangle_T}{\langle \Sigma_a(E)\rangle_T}}$. Если "отравить" воду сильнопоглощающими сферическими примесями (a = 0,2 см), уже при концентрации $\rho = 0{,}001$ длина диффузии уменьшается в I,25 раза по сравнению с чистым замедлителем. Расчет для гомогенно размешанного U^{235} приводит при этой концентрации к уменьшению длины диффузии в I,6 раза.

В заключение авторы выражают признательность М. В. Казарновскому за ценные советы.

Институт Ядерных Исследований АН СССР.

Поступила в редакцию
23 февраля 1972 г.

Литература

I. К. Д. Илиева, А. В. Степанов. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 4, 65, (1972).

2. N. Corngold. K. Durgan. Nucl. Sci. Engng., 25, 450 (1966).